

前言

对口升学考试考前实战模拟试卷·数学

对口升学考试备考丛书编写委员会 编

普通高校对口招收中等职业学校毕业生考试已经进行十余年，但是针对于参加这类考试的考生的服务体系和复习资料的提供相对薄弱。为了帮助参加普通高校对口招收中等职业学校毕业生考试的广大考生全面、系统、快速、高效地复习备考，我们邀请了一批资深教研员及国家级重点职业学校的具有丰富对口高考复习教学工作的一线教师，参加过对口高考命题、阅卷或新考纲制订的骨干教师，长期进行职业教育研究的科研人员，以及多年来从事教学工作和对口高考复习指导经验丰富的教师，在学习研究考纲和结合平时教学经验的基础上，共同参与认真研讨，并严格按照《普通高校对口招收中等职业学校毕业生考试纲要》要求，精心编写了对口升学模拟试卷丛书，供参加普通高校对口招收中等职业学校毕业生考试的考生复习备考之用。

本丛书具有如下特点：

编委阵容强大：作者均系资深教研人员和国家级中职改革发展示范校建设学校及国家级重点中等职业学校的一线骨干教师，具有丰富的对口高考复习教学经验，并常年研究对口高考命题方向。

编写体系成熟：严格按照最新对口高考大纲进行编写，分析了近几年的对口高考试卷，并且根据新的考试动向进行对口高考试题预测。为提高本套丛书质量，特聘请资深专家严格把关。

编写内容齐全：内容涵盖了最新普通高校招收中等职业学校毕业生考试大纲中要求掌握的全部内容，且题目新颖，具有很强的导向性。

本丛书具备很强的指导性，是普通高校招收中等职业学校毕业生考试复习必备指导用书。

由于编写时间短促、水平有限，在编写过程中，难免有不妥之处，恳请同行专家不吝指正，并欢迎工作在教育第一线的广大老师和参加复习迎考的学生在使用本套丛书试题过程中，提出宝贵意见，并将此综合信息反馈到电子工业出版社供参加考试的学校师生参考（邮箱：luomn@phei.com.cn），以使本书不断完善。

编者

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

本书是《普通高等学校对口招收中等职业学校毕业生考试备考丛书》中的《对口升学考试考前实战模拟试卷·数学》分册。本书根据《河北省中等职业学校对口升学考试大纲》进行编写,全书包括 15 套试卷,内容涵盖了近年来河北省对口升学考试的题型和基本知识点,旨在符合河北省中等职业学校毕业生的实际情况,使考生熟悉对口升学考试的题型,提高应试能力。

本书适合中等职业学校学生使用,更是参加对口升学考试的学生不可多得的复习用书。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。
版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

对口升学考试考前实战模拟试卷. 数学 / 对口升学考试备考丛书编写委员会编. —北京:电子工业出版社, 2016.11

(普通高校对口招收中等职业学校毕业生考试备考丛书)

ISBN 978-7-121-30127-8

对... 对... 数学课—中等专业学校—习题集—升学参考资料 G718.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 248440 号

策划编辑:柴 灿
责任编辑:郝黎明
印 刷:
装 订:
出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036
开 本:787×1 092 1/8 印张:6 字数:153.6 千字
版 次:2016 年 11 月第 1 版
印 次:2016 年 11 月第 1 次印刷
定 价:27.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系,联系及邮购电话:(010) 88254888,88258888。
质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn,盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。
本书咨询联系方式:(010) 88254617,luomn@phei.com.cn。

目 录

普通高校对口招生考试实战模拟试题(一)	1
普通高校对口招生考试实战模拟试题(二)	3
普通高校对口招生考试实战模拟试题(三)	5
普通高校对口招生考试实战模拟试题(四)	7
普通高校对口招生考试实战模拟试题(五)	9
普通高校对口招生考试实战模拟试题(六)	11
普通高校对口招生考试实战模拟试题(七)	13
普通高校对口招生考试实战模拟试题(八)	15
普通高校对口招生考试实战模拟试题(九)	17
普通高校对口招生考试实战模拟试题(十)	19
普通高校对口招生考试实战模拟试题(十一)	21
普通高校对口招生考试实战模拟试题(十二)	23
普通高校对口招生考试实战模拟试题(十三)	25
普通高校对口招生考试实战模拟试题(十四)	27
普通高校对口招生考试实战模拟试题(十五)	29
参考答案	31

编 委 会

主任委员:郝玉华
副主任委员:齐治学 刘如军 张艳萍 张凤龙
任雷英 王子建 祁超广 刘增保
徐向东 赵学苏 郭建成 张剑锋
刘晨光 王艳妙 王绍泉 穆雅然
本书主 编:吴书灵
本书编 委:魏赵强 贾 岩 庞博丽

普通高校对口招生考试实战模拟试题（一）

数 学

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷两部分，共 120 分。考试时间 120 分钟。

第 I 卷（选择题 共 45 分）

一、选择题（本大题有 15 个小题，每小题 3 分，共 45 分。在每小题所给出的四个选项中，只有一个符合题目要求）

1. 满足 $\{a,b\} \subseteq A \subset \{a,b,c,d,e\}$ 的集合的个数为 ().
A . 2 个 B . 4 个 C . 6 个 D . 7 个
2. 下列不等式恒成立的是 ().
A . $x^2+1>x$ B . $\frac{1}{x^2+1}<1$
C . $\lg(x^2+1)>\lg 2x$ D . $x^2+4>4x$
3. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\sin A = \sin B$ 是 $A=B$ 的 ().
A . 充分条件 B . 必要条件
C . 充要条件 D . 既不充分也不必要条件
4. 函数 $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$ 的值域是 ().
A . $[0, +\infty)$ B . $[2, +\infty)$ C . $[4, +\infty)$ D . \mathbb{R}
5. 已知偶函数 $y=f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上为减函数，则 ().
A . $f(-\frac{1}{2}) > f(-\frac{1}{3}) > f(\frac{\sqrt{2}}{4})$ B . $f(-\frac{1}{2}) > f(\frac{\sqrt{2}}{4}) > f(-\frac{1}{3})$
C . $f(-\frac{1}{3}) > f(\frac{\sqrt{2}}{4}) > f(-\frac{1}{2})$ D . $f(\frac{\sqrt{2}}{4}) > f(-\frac{1}{3}) > f(-\frac{1}{2})$
6. 已知 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (2, 3)$, 则 $|\vec{3a} - 2\vec{b}|$ 为 ().
A . $(-1, 0)$ B . $(1, 0)$ C . 1 D . -1
7. 把二次函数 $y = -x^2$ 的图像沿 x 轴向左平移 3 个单位后，再向上平移 2 个单位得到的图像解析式为 ().
A . $y = -x^2 + 6x - 1$ B . $y = -x^2 + 6x - 11$
C . $y = -x^2 - 6x - 1$ D . $y = -x^2 - 6x - 11$
8. $y = \log_{2x-1} \sqrt{3x-2}$ 的定义域是 ().

- A . $(\frac{2}{3}, 1) \cup (1, +\infty)$ B . $(\frac{1}{2}, 1) \cup (1, +\infty)$
C . $(\frac{2}{3}, +\infty)$ D . $(\frac{1}{2}, +\infty)$

9. $\sin 15^\circ \sin 30^\circ \sin 75^\circ$ 的值等于 ().
A . $\frac{\sqrt{3}}{4}$ B . $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C . $\frac{1}{4}$ D . $\frac{1}{8}$
10. 方程 $\frac{x^2}{3-k} + \frac{y^2}{2+k} = 1$ 表示椭圆，则 k 的取值范围是 ().
A . $k < -2$ 或 $k > 3$ B . $-2 < k < 3$
C . $k \neq \frac{1}{2}$ D . $-2 < k < \frac{1}{2}$ 或 $\frac{1}{2} < k < 3$
11. 等比数列 $\{a_n\}$ 中，已知 a_3, a_5 为方程 $2x^2 + 11x + 10 = 0$ 的两根，那么 $a_1^2 + a_7^2$ 的值等于 ().
A . 5 B . -5 C . $\frac{81}{4}$ D . $-\frac{81}{4}$
12. 下列命题中正确命题的个数是 ().
(1) 若两个平面都垂直于同一个平面，则这两个平面平行
(2) 两条平行直线与同一个平面所成的角相等
(3) 若一个平面内不共线的三点到另一个平面的距离相等，则这两个平面平行
(4) 如果一条直线与一个平面内无数条直线垂直，则这条直线和这个平面垂直
A . 4 B . 3 C . 2 D . 1
13. 已知直线 $L_1: x = -7$ 和直线 $L_2: 3x - \sqrt{3}y + 4 = 0$ ，则 L_1 与 L_2 的夹角为 ().
A . $\frac{\pi}{3}$ B . $\frac{\pi}{6}$ C . $\frac{\pi}{2}$ D . $\frac{\pi}{4}$
14. 某公共汽车上有 10 名乘客，沿途有 5 个车站，乘客下车的可能方式有 () 种.
A . 5^{10} B . 10^5 C . 50 D . 以上都不对
15. 掷两枚骰子一次，得到 10 点的概率为 ().
A . $\frac{1}{36}$ B . $\frac{1}{18}$ C . $\frac{1}{12}$ D . $\frac{1}{4}$

第 II 卷（非选择题 共 75 分）

二、填空题（本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。请将正确的答案填写在题中的横线上，不填、错填均不得分）

16. 设 $U = \mathbb{R}$, $P = \{x | x \leq 1\}$, $Q = \{x | 0 \leq x \leq 3\}$, 则 $C_U(P \cap Q) =$ _____.
17. 过圆 $x^2 + y^2 = 13$ 上一点 $P(2, -3)$ 的切线方程是 _____.
18. 若不等式 $x^2 - ax - b < 0$ 的解集为 $\{x | -1 < x < 3\}$, 则不等式 $bx^2 - ax - 1 > 0$ 的解集为 _____.
19. 设 $S_n = (2-1) + (2^2-2) + (2^3-3) + \dots + (2^n - n)$, 那么 S_{10} 的值等于 _____.

20. 已知点 $A(1,2)$, $B(k,-10)$, $C(-k,8)$ 共线, 求 $k=$ _____.

21. 将函数 $y=f(x)$ 按 $\vec{a}=(-2,1)$ 平移后得到 $y=4^{x^2-2x+4}$, 则 $f(x)=$ _____.

22. 5 个人站成一排照像, 如果甲必须站在排头或排尾, 而乙不能站在排头或排尾, 那么不同的站法有_____种.

23. 若一个袋中装有 3 个白球和 2 个黑球, 它们的大小相同, 采用无放回的方式从袋中任取 3 个球, 则至少取到一个黑球的概率是_____.

24. 已知平行四边形 $ABCD$ 中, $AB \perp BC$, $\angle BCA=30^\circ$, $AC=20$, $PA \perp$ 面 $ABCD$, 且 $PA=5$, 则 P 到 BC 的距离为_____.

25. $y=\cos 2x+5\sin x$ 的最小值为_____.

26. 直线 L 与平面 α 所成的角是 $\frac{\pi}{3}$, 则 L 与 α 内所有直线所成的角中, 最大的角为_____.

27. 设 F_1, F_2 为椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 的焦点, P 为椭圆上一点, 则 F_1PF_2 的周长为_____.

28. 若直线 $Ax+By+C=0$ 中, $A>0$, $B<0$, $C>0$, 则直线一定不过第_____象限.

29. 若 $4^x, 5 \times 2^{x-2}, 1$ 构成等差数列, 则 $x=$ _____.

30. 过点 $(3,2)$ 且在两坐标轴上的截距相等的直线方程为_____.

三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 45 分)

31. (5 分) 求函数 $y=\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \lg(9-x^2)$ 的定义域.

32. (5 分) 已知 $\sin a - \cos a = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 且 $a \in (-\pi, 0)$, 求 $\sin^2 a - \cos^2 a$ 的值.

33. (6 分) 某汽车厂原计划 2013 年第一季度产量逐月增加相同的辆数, 由于改革, 二月份比原计划多生产 10 辆, 三月份比原计划多生产 25 辆, 使三个月的产量成等比, 而第三个月的产量比原计划第一季度产量的一半少 10 辆, 问该厂第一季度共生产汽车多少辆?

34. (6 分) 已知: 平行四边形 $ABCD$ 中 $A(-1,0)$, $B(-1,-4)$, $C(3,-2)$, E 是 AD 的中点, 求 $\overrightarrow{EC} \times \overrightarrow{ED}$.

35. (7 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $\log_2(S_n+1) = n(n \in \mathbb{N}^*)$, 其中 S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 求证: 数列 $\{a_n\}$ 为等比数列.

36. (8 分) 已知: 二面角 $\alpha-PQ-\beta$ 为 60° , A 和 B 分别在平面 α 和 β 内, 点 C 在棱 PQ 上, $\angle ACP = \angle BCP = 30^\circ$, $CA=CB=a$.

(1) 求证: $AB \perp PQ$ (2) 点 B 到平面 α 的距离.

37. (8 分) 已知椭圆中心在原点, 焦点在 x 轴上, 离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{3}$ 且过点 $(0,2)$.

(1) 求该椭圆的标准方程;

(2) 直线 L 与该椭圆相交于 A 、 B 两点, 且线段 AB 的中点 $M(1,1)$, 求直线 L 的方程.

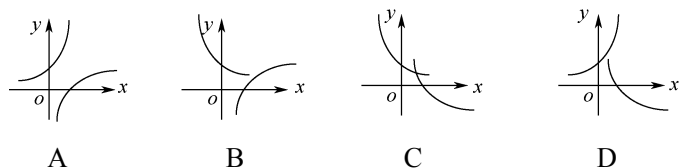
普通高校对口招生考试实战模拟试题（二）

数 学

（试卷总分 120 分 考试时间 120 分钟）

一、选择题（本大题有 15 个小题，每小题 3 分，共 45 分。在每小题所给出的四个选项中，只有一个符合题目要求）

1. 设集合 $U = \{a, b, c, d, e\}$, $A = \{a, b, c\}$, $B = \{b, c, d\}$, 则 $A \cap (C_U B) =$ ().
A. $\{b, c, d\}$ B. $\{a, b, c, d\}$ C. $\{a\}$ D. $\{a, e\}$
2. 如果 $a > b > 1$, 那么下列不等式恒成立的是 ().
A. $a^4 > b^4$ B. $\lg(a-b) > 0$
C. $a^{-2} < b^{-2}$ D. $(\frac{1}{2})^a > (\frac{1}{2})^b$
3. 已知 $ab > 0$, 则 “ $x = \sqrt{ab}$ ” 是 “ a, x, b 成等比数列” 的 ().
A. 充分但不必要条件 B. 必要但不充分条件
C. 充分且必要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 下列各函数中, 与函数 $y = x^2$ 为同一个函数的是 ().
A. $y = \sqrt{x^4}$ B. $y = (\sqrt{x})^4$
C. $y = x|x|$ D. $y = \frac{x^3}{x}$
5. 若 $0 < a < 1$ 时, 在同一坐标系中函数 $y = a^{-x}$ 与 $y = \log_a x$ 的图像大致是 ().



6. 函数 $y = \sin \frac{\pi x}{4} + \cos \frac{\pi x}{4}$ 的值域为 ().
A. $(-1, 1)$ B. $[-1, 1]$ C. $[-2, 2]$ D. $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$
7. 函数 $f(x) = \frac{x^3 + x}{2}$ 的图像关于 () 对称.
A. x 轴 B. y 轴 C. 原点 D. 直线 $y = 1$
8. S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_1 = 1$, 公差 $d = 2$, $S_{k+1} - S_k = 17$, 则 $k =$ ().

- A. 8 B. 7 C. 6 D. 5
9. 已知 $\vec{a}(m, 2)$, $\vec{b}(m+1, -1)$, $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 m 为 ().
A. -2 B. 1 C. -2 或 1 D. 2 或 -1
10. 将函数 $y = \sin 2x$ 图像向 x 轴负方向平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个单位得到 $y = f(x)$ 的图像, 则函数 $f(x)$ 的解析式为 ().
A. $y = \sin(2x + \frac{5\pi}{6})$ B. $y = \sin(2x + \frac{5\pi}{12})$
C. $y = \sin(2x - \frac{5\pi}{6})$ D. $y = \sin(2x - \frac{5\pi}{12})$
11. 若直线 $y = 3x + b$ 与圆 $x^2 + y^2 = 10$ 相切, 则 $b =$ ().
A. $\pm\sqrt{10}$ B. $\pm 2\sqrt{10}$ C. ± 10 D. $\pm 10\sqrt{10}$
12. 设 F_1, F_2 为椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 的焦点, P 为椭圆上一点, 若 $|PF_1| = 2$, 则 $|PF_2| =$ ().
A. 3 B. 4 C. 6 D. 8
13. P 是三角形 ABC 所在的平面外一点, 已知 P 到三角形三边的距离相等, 则 P 在平面 ABC 内的射影 O 是三角形的 ().
A. 外心 B. 内心 C. 重心 D. 垂心
14. $(1+x)^9$ 的展开式中, 二项式系数最大的项是 ().
A. $126x^4$ B. $125x^5$
C. $126x^4$ 和 $126x^5$ D. $126x^5$ 和 $126x^6$
15. 从 5 名学生中选出 4 人分别参加语文、数学、英语和专业综合知识竞赛, 其中学生甲必须参加且只能参加数学竞赛, 则不同的参赛方法共有 () 种.
A. 60 B. 24 C. 72 D. 4

二、填空题（本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。请将正确的答案填写在题中的横线上，不填、错填均不得分）

16. 若 $f(x) = \begin{cases} 0(x > 0) \\ -e(x = 0) \\ x^2 + 1(x < 0) \end{cases}$, 则 $f\{f[f(\pi)]\} =$ _____.
17. $C_6^4 - (\frac{1}{125})^{-\frac{1}{3}} + (\sqrt{2} - \sqrt{3})^{\lg 1} - \sin 3\pi + \tan^2 \frac{25\pi}{3} =$ _____.
18. 已知 $a > 2$, 则 $(a-2)(x^2 + 3x - 40) < 0$ 的解集是 _____.
19. 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{1-x}}{x}$ 的定义域是 _____.
20. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_4 = -1$, $a_7 = -\frac{1}{8}$, 则 $a_3 \cdot a_8 =$ _____.
21. 函数 $y = 3^{|x|}$ 的单调递增区间为 _____.
22. 已知 $\sin(\frac{\pi}{2} - a) = \frac{4}{5}$, 则 $\cos(\pi - a)$ 的值是 _____.

23. $e^{0.3}$, 0.3^e , $\ln 0.3$ 按从小到大排列的顺序是_____.

24. 直线 $3x - y + 1 = 0$ 与直线 $x + my - 2 = 0$ 互相垂直时, 则 $m =$ _____.

25. 已知单位向量 a 与 b 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 那么 $|a + 2b|$ _____.

26. 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, BD_1 与平面 A_1ADD_1 所成的角的正切值是_____.

27. 在 $(3x - \frac{2}{\sqrt{x}})^n$ 的展开式中第 9 项为常数项, 则 n 的值为_____.

28. 若平面 $\alpha \perp \beta$, 直线 $l \perp \beta$, 则直线 l 与平面 α 的位置关系是_____.

29. 顶点为原点, 对称轴是 y 轴, 顶点与焦点的距离等于 2 的抛物线方程是_____.

30. 甲、乙两人随机入住两间空房, 则甲、乙两人各住一间房的概率是_____.

三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 45 分)

31. (6 分) 已知集合 $A = \{x | 3x - x^2 + 10 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - m^2 < 0\}$ ($m > 0$), 若 $A \cap B = B$, 求实数 m 的取值范围.

32. (6 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n = \frac{1}{3}(a_n - 1)$, 解答下列问题;

(1) 求 a_1 的值; (2) 试判断数列 $\{a_n\}$ 是等比数列还是等差数列, 并说明理由;

(3) 设等差数列 $\{b_n\}$ 中的 $b_1 = 2a_2$, 且 $b_4 = -4a_4$, 求数列 $\{b_n\}$ 前 6 项的和 T_6 .

33. (6 分) 已知向量 $\vec{m} = (a + c, b)$, 向量 $\vec{n} = (a - c, a + b)$, 且 $\vec{m} \perp \vec{n}$, 其中 A, B, C 是 $\triangle ABC$ 的内角, a, b, c 分别是角 A, B, C 的对边.

(1) 求角 C 的大小; (2) 若 $a = 10$, $c = 10\sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

34. (6 分) 某广告公司设计一块周长为 8 米的矩形广告牌, 广告设计费为每平方米 1000 元, 设矩形一边长为 x 米, 面积为 S 平方米.

(1) 求 S 与 x 的函数关系式及 x 的取值范围.

(2) 为使广告牌费用最多; 广告牌的长和宽分别为多少米? 求此时的广告费.

35. (7 分) 设有 5 件产品, 其中含有 2 件次品, 从中任意抽取 3 件进行检查, 求抽得的产品中所含的次品数的概率分布.

36. (7 分) 双曲线 C 以过原点与圆 $x^2 + y^2 - 4y + 3 = 0$ 相切的两条直线为渐近线, 且过椭圆 $x^2 + 4y^2 = 4$ 的两个焦点, 求双曲线 C 的方程.

37. (7 分) 四棱锥 $S - ABCD$ 的底面是正方形, 每条侧棱长都是底面边长的 $\sqrt{2}$ 倍, P 为侧棱 SD 上的点.

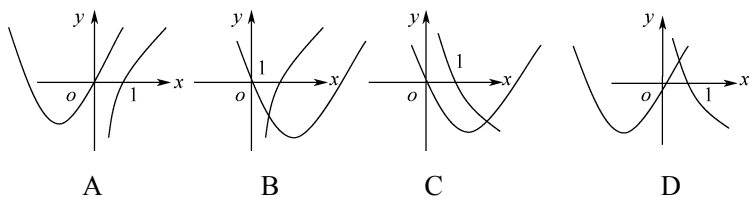
(1) 求证: $AC \perp SD$; (2) 若 $SD \perp$ 平面 PAC , 求二面角 $P - AC - D$ 的大小.

普通高校对口招生考试实战模拟试题（三）

数 学

一、选择题（本大题有 15 个小题，每小题 3 分，共 45 分。在每小题所给出的四个选项中，只有一个符合题目要求）

1. 设集合 $M = \{1, 2, m^2 - 3m - 1\}$, $N = \{-1, 3\}$, 且 $M \cap N = \{3\}$, 则 m 的值为 ().
A. -1 或 4 B. 1 或 -4 C. -1 D. 4
2. 下列命题中正确的是 ().
A. 如果 $a > b$, 则 $a^2 > b^2$ B. 如果 $a > b$ 则 $|a| > |b|$
C. 如果 $a + b < 2b$ 则 $a < b$ D. 如果 $ab < b^2$ 则 $a < b$
3. $x^2 - x - 2 = 0$ 的充要条件是 ().
A. $x = -1$ B. $x = 2$ C. $x = -1$ 或 $x = 2$ D. $x = -1$ 且 $x = 2$
4. 函数 $y = \log_a x$ 与 $y = x^2 - 2ax$ 在同一坐标系中的图像为 ().



5. 函数 $y = a^x$ 在区间 $[1, 2]$ 上的最大值比最小值大 2, 则 $a =$ ().
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
6. 已知 $\sin(\pi - \alpha) = -2\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha)$, 则 $\frac{\cos \alpha - 2\sin \alpha}{3\sin \alpha + \cos \alpha} =$ ().
A. 1 B. $\frac{5}{7}$ C. $\frac{3}{5}$ D. -1
7. 在 $\triangle ABC$ 中, $a \cos A = b \cos B$, 则 $\triangle ABC$ 是 ().
A. 等边三角形 B. 等腰三角形
C. 等腰三角形或直角三角形 D. 两直角边互不相等的直角三角形
8. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, 且 $a_3 + a_{11} = 40$, 则 $a_6 + a_7 + a_8$ 等于 ().
A. 84 B. 60 C. 48 D. 72
9. 已知向量 $\overrightarrow{OA} = (4, 2)$, 向量 $\overrightarrow{OB} = (-4, y)$, 并且 $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OB}$, 则向量 \overrightarrow{AB} 的长度是 ().
A. 10 B. $4\sqrt{3}$ C. $4\sqrt{5}$ D. $2\sqrt{41}$

10. 直线 $x \sin \theta + y \cos \theta - \sqrt{3} = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 = 3$ 的位置关系为 ().
A. 相交 B. 相切 C. 相离 D. 不确定

11. 抛物线 $x = -2y^2$ 的准线方程是 ().
A. $x = \frac{1}{8}$ B. $x = \frac{1}{4}$ C. $x = \frac{1}{2}$ D. $x = -\frac{1}{8}$

12. 从 3 名老师和 4 名学生中选 4 人去游玩, 老师不能全不去, 也不能全去, 则有 () 种选法.

A. 12 B. 18 C. 24 D. 30

13. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 则 A_1C_1 与 B_1D 所成的角等于 ().
A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

14. 已知数学考卷中有 10 个单项选择题, 每题有 4 个选择答案, 答对 1 题得 3 分, 现由一名对此卷完全不懂的同学来做, 他每一题都随便选了一个答案, 则他得 30 分的概率为 ().

A. $(\frac{1}{4})^3$ B. 0.25 C. $(\frac{1}{4})^{10}$ D. 0.5

15. 在 $(3x - \frac{2}{\sqrt{x}})^n$ 的展开式中第 9 项为常数项, 则 n 的值为 ().

A. 10 B. 11 C. 12 D. 13

二、填空题（本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。请将正确的答案填写在题中的横线上，不填、错填均不得分）

16. 函数 $f(x) = \begin{cases} 2x+3, & x > 1 \\ 2^{-x}, & x < 1 \end{cases}$, 则 $f(f(-2)) =$ _____.

17. 函数 $f(x) = \sqrt{x^2 - 4} + \log_2(x+3)$ 的定义域为 _____.

18. 若 $f(x) = \log_{0.5}(x+2)$ 满足 $f(x) > 0$, 则 x 的取值范围是 _____.

19. 计算 $-2^{-2} + 10^{1-\lg 2} + (\frac{1}{8})^{\frac{2}{3}} - P_3^2 =$ _____.

20. 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{(\frac{1}{2})^x - 4}}$ 的定义域是 _____.

21. 若 $f(x) = \frac{x-1}{x}$ 则 $f(\frac{1}{x}) =$ _____.

22. 等比数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n , 且 $a_3 = 2S_2 + 1$, $a_4 = 2S_3 + 1$, 则其公比为 _____.

23. 已知 $\triangle ABC$ 中, $a^2 + b^2 - c^2 = \sqrt{3}ab$, 则 $C =$ _____.

24. 设角 α 为第四象限的角, 点 $(3, m)$ 在角 α 的终边上, 且 $\cos \alpha = \frac{3}{5}$, 则 $m =$ _____.

25. 若向量 a, b 的内积为 -4, 向量 a 的长度是 $\sqrt{2}$, 向量 b 的长度 $2\sqrt{2}$, 是则 $\langle a, b \rangle$ 为 _____.

26. 过点 $(2, -3)$ 且与直线 $2x + y - 3 = 0$ 垂直的直线方程是 _____.

27. 椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{k^2} = 1$ 与双曲线 $\frac{x^2}{k} - \frac{y^2}{3} = 1$ 有相同的焦点, 则 k 的值是 _____.

28. 直线 $y=x-3$ 与抛物线 $y^2=4x$ 交于 A 、 B 两点, 则线段 AB 的中点坐标为_____.

29. 过二面角 $\alpha-l-\beta$ 内的一点 P 作 $PA \perp \alpha$, $PB \perp \beta$, 已知 $PA=5$, $PB=8$, $AB=7$, 则二面角 $\alpha-l-\beta$ 的度数为_____.

30. 一个计算机技能训练小组共有 8 名学生, 其中有 3 名男生, 现在要从小组内选 3 名代表, 其中女生不少于两名的概率是_____.

三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 45 分)

31. (5 分) 已知集合 $A=\{x|x^2+x-6=0\}$, 集合 $B=\{x|x-a<3\}$, 若 $A \subseteq B$, 求 a 的取值范围.

32. (7 分) 某养鸡场生产鸡蛋的综合成本平均为每斤 3 元钱, 若按每斤 5 元的价格销售, 每天可以卖出 800 斤, 根据市场规律售价每上涨一角则每天少销售 100 斤, 售价每下降一角则多销售 100 斤, 为了争取最大利润, 请问应该涨价还是降价, 价格应定为多少才能有最大利润? 最大利润是多少?

33. (6 分) 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和记为 S_n , 已知 $a_{10}=30, a_{20}=50$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项 a_n ; (2) 若 $S_n=242$, 求 n ;

(3) 令 $b_n=2^{a_n-10}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

34. (6 分) 已知 $\vec{a}=(\sin x, \sqrt{3}\cos x)$, $\vec{b}=(\cos x, \cos x)$, $f(x)=\vec{a} \cdot \vec{b}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期及最小值; (2) 求函数 $f(x)$ 的单调递增区间.

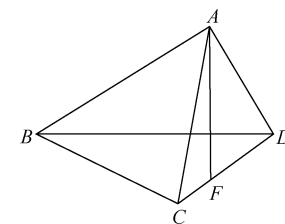
35. (6 分) 从标有数字 1, 2, 3, 4, 5 的五张卡片中任取 3 张, 若取得奇数的个数为 ξ , 求随机变量 ξ 的概率分布.

36. (7 分) 设抛物线对称轴为坐标轴, 顶点在原点 O , 焦点在圆 $x^2+y^2-2x=0$ 的圆心, 过圆与 x 轴的右交点作倾斜角为 $\frac{\pi}{4}$ 的直线与抛物线交于 A, B 两点.

(1) 求直线 AB 与该抛物线的方程; (2) 求 $\triangle OAB$ 的面积.

37. (8 分) 如下图所示, 已知四边形 $ABCD$ 是矩形, 沿对角线 BD 将三角形折起, 使 A 点在底面 DCB 内的射影 F 恰好落在 CD 边上.

求证: (1) 平面 $ABC \perp$ 平面 ACD ; (2) 如果 $AD:AB=1:\sqrt{3}$, 试求二面角 $A-BC-D$ 的余弦值.



普通高校对口招生考试实战模拟试题（四）

数 学

第Ⅰ卷（选择题 共45分）

一、选择题（本大题有15个小题，每小题3分，共45分。在每小题所给出的四个选项中，只有一个符合题目要求）

- 集合 $A = \{x | -2 < x < 2\}$, $B = \{x | -1 \leq x < 3\}$, 那么 $A \cup B =$ ().
A. $\{x | -2 < x < 3\}$ B. $\{x | 1 \leq x < 2\}$
C. $\{x | -2 < x \leq 1\}$ D. $F_1(-1, 0)$
- $|x| + |y| = 0$ 是 $xy = 0$ 的 () 条件.
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 下列函数中, 函数值恒大于零的是 ().
A. $y = x^2$ B. $y = 2^x$ C. $y = \log_2 x$ D. $y = \cos x$
- 要得到 $y = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$ 的图象, 只要将 $y = \sin 2x$ 的图象 ().
A. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ B. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ C. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ D. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$
- 在 $\triangle ABC$ 中, $\sin A \cdot \cos A = \sin B \cdot \cos B$, 那么 $\triangle ABC$ 一定是 ().
A. 锐角三角形 B. 直角三角形
C. 等腰三角形 D. 等腰三角形或直角三角形
- 设等比数列 $\{a_n\}$ 的各项都为正数, 若 $a_3 = 1$, $a_5 = 9$, 则 $\{a_n\}$ 的公比 $q =$ ().
A. 2 B. 3 C. -2 D. -3
- 若平面向量 $\vec{a} = (3, x)$, $\vec{b} = (4, -3)$ 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 x 的值等于 ().
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 过点 $(1, 0)$ 且与直线 $x - 2y - 2 = 0$ 平行的直线方程是 ().
A. $x - 2y - 1 = 0$ B. $x - 2y + 1 = 0$
C. $2x + y - 2 = 0$ D. $x + 2y - 1 = 0$
- 以点 $(-2, 4)$ 为圆心的圆, 若有一条直径的两端分别在两坐标轴上, 则该圆的方程是 ().

- A. $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 10$ B. $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 20$
C. $(x-2)^2 + (y+4)^2 = 10$ D. $(x-2)^2 + (y+4)^2 = 20$

10. 抛物线 $y = 4x^2$ 的准线方程是 ().

- A. $x = 1$ B. $x = -\frac{1}{4}$ C. $y = -1$ D. $y = -\frac{1}{16}$

11. 设椭圆 C_1 的焦点在 x 轴上且长轴长为 26, 离心率为 $\frac{5}{13}$; 曲线 C_2 上的点到椭圆 C_1 的两个焦点的距离的差的绝对值等于 8, 则曲线 C_2 的标准方程为 ().

- A. $\frac{x^2}{4^2} - \frac{y^2}{3^2} = 1$ B. $\frac{x^2}{13^2} - \frac{y^2}{5^2} = 1$ C. $\frac{x^2}{3^2} - \frac{y^2}{4^2} = 1$ D. $\frac{x^2}{13^2} - \frac{y^2}{12^2} = 1$

12. 在 45° 的二面角的一个面内有一条直线与二面角的棱成 45° , 则此直线与二面角的另一个面所成的角为 ().

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

13. 二项式 $(1+x)^n$ 展开式中有 9 项, 则展开式中的第 5 项的系数为 ().

- A. 70 B. -70 C. 126 D. 240

14. 有 2 名男生 3 名女生, 从中选 3 人去敬老院打扫卫生, 要求必须有男生, 则不同的选法有 () 种.

- A. 3 B. 6 C. 9 D. 12

15. 在一个袋子中装有分别标注数字 1, 2, 3, 4, 5 的五个小球, 这些小球除标注的数字外完全相同. 现从中随机取出 2 个小球, 则取出的小球标注的数字之和为 3 或 6 的概率是 ().

- A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{3}{10}$ D. $\frac{1}{12}$

第Ⅱ卷（非选择题 共75分）

二、填空题（本大题共15小题，每小题2分，共30分。请将正确的答案填写在题中的横线上，不填、错填均不得分）

- 二次函数 $f(x) = x^2 + 2ax + 3$ 的图象的对称轴为 $x = 1$, 则 $a =$ _____.
- 若 $f(x) = \begin{cases} \log_3 x & x > 0 \\ 2^x & x \leq 0 \end{cases}$, 则 $f[f(\frac{1}{9})] =$ _____.
- 函数 $f(x) = \sqrt{x^2 - 4} + \frac{1}{x-3} + \log_2(x-2)$ 的定义域为 _____.
- 若 $f(x) = \frac{1}{2^x + 1} + a$ 是奇函数, 则 $a =$ _____.
- 设 $a = 0.3^2$, $b = 2^{0.3}$, $c = \log_{\sqrt{2}} 2$, 试比较 a 、 b 、 c 的大小关系 _____ (用“ $<$ ”连接).
- 函数 $y = \cos^2 x - 3 \cos x + 2$ 的最大值是 _____.
- 已知 $\tan \alpha = 2$, 则 $\frac{2 \sin^2 \alpha + 1}{\sin 2\alpha} =$ _____.
- 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3 + a_7 + 2a_{15} = 20$, 则 $S_{19} =$ _____.

24. 若 $\vec{a}=(-1,-3)$, $\vec{b}=(2,-4)$, 则 $\left|\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}\right|=\underline{\hspace{2cm}}$.

25. 直线 $ax+y+1=0$ 与圆 $(x-1)^2+y^2=1$ 相切, 则 a 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

26. 抛物线的焦点坐标为 $(0,a)(a<0)$, 则其标准方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

27. 已知椭圆的焦点 $F_1(-1,0)$, $F_2(1,0)$, P 是椭圆上一点, 且 $|F_1F_2|$ 是 $|PF_1|$ 、 $|PF_2|$ 的等差中项, 则椭圆的方程是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

28. 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$, $AB=10$, $\{a_n\}$, n , 点 $P \notin$ 平面 ABC , 且 $PA=PB=PC=13$, 则 PC 与平面 ABC 所成角的正切值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

29. 用 0, 1, 2, 3, 4, 5 六个数字组成无重复数字的五位数中, 比 20000 大的数有 $\underline{\hspace{2cm}}$.

30. 某一批花生种子, 如果每 1 粒发芽的概率为 $\frac{4}{5}$, 那么播下 3 粒种子恰有 2 粒发芽的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 45 分)

31. (满分 5 分) 若 $A=\{3,5\}$, $B=\{x|x^2+mx+n=0\}$, $A \cup B = A$, $A \cap B = \{5\}$, 求 m 、 n 的值.

32. (满分 7 分) 某商场销售一种服装, 购进价是每件 42 元. 根据试销得知这种服装每天销售量 t (件) 与每件的销售价 x (元) 可看成是一次函数关系: $t = -3x + 204$.

(1) 写出商场卖这种服装每天的销售利润 y 与每件的销售价 x 之间的函数关系式;

(2) 商场要想每天获得最大的销售利润, 每件的销售价定为多少最为合适? 最大销售利润为多少?

33. (满分 6 分) 设函数 $f(x) = \cos(2x - \frac{\pi}{6}) + \sin 2x$.

(1) 求该函数的最小正周期; (2) 函数当 x 为何值时 $f(x)$ 取最值.

34. (满分 6 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1, a_n - a_{n+1} = -1$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1=a_1, \frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{a_4}{a_2}$ 求:

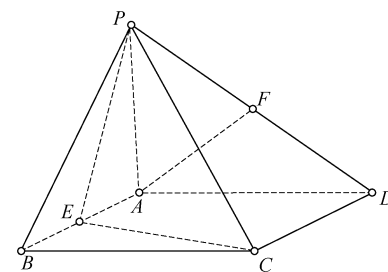
(1) a_n 的通项公式;

(2) b_n 的前 10 项和.

35. (满分 8 分) 已知直线 L 的倾斜角 α 满足 $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 椭圆满足: 焦点在 x 轴上, 长轴长为 4, 离心率为双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 的离心率的倒数. 直线 L 过椭圆右焦点 F_2 . 求: (1) 椭圆的标准方程. (2) 直线 L 的方程. (3) 求直线 L 与椭圆的相交弦长.

36. (满分 7 分) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是正方形, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, $PA=2$, $\angle PDA=45^\circ$ 点 E 、 F 分别为棱 AB 、 PD 的中点.

(1) 求证: $AF \parallel$ 平面 PCE ; (2) 求证: 平面 $PCE \perp$ 平面 PCD .



37. (满分 6 分)

设有 5 件产品, 其中含有两件次品, 从中任意抽取 3 件进行检查,

求: (1) 抽得的产品中既有正品又有次品的概率;

(2) 抽得的产品中所含的次品数的概率分布.

普通高校对口招生考试实战模拟试题（五）

数 学

第 I 卷（选择题 共 45 分）

一、选择题（本大题有 15 个小题，每小题 3 分，共 45 分。在每小题所给出的四个选项中，只有一个符合题目要求）

- 集合 $A=\{x|0\leq x<3 \text{ 且 } x\in N\}$ 的真子集个数为（ ）。
A. 16 B. 8 C. 7 D. 4
- 已知 $a>b>c$, 则下列式子一定成立的是（ ）。
A. $ac>bc$ B. $|ac|>|bc|$ C. $ac^2>bc^2$ D. $b(a-b)>c(a-b)$
- “ $a>0$ ”是“ $|a|>0$ ”的（ ）。
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 下列函数中，值域为 R^+ 的是（ ）。
A. $y=x^2-3x+1$ B. $y=2^{x+1}$ C. $y=|\lg x|$ D. $y=2^{\frac{1}{x}}$
- 在区间 $(-\pi, \pi)$ 上满足 $2\cos x>1$ 的 x 的取值范围是（ ）。
A. $(0, \pi)$ B. $(0, \frac{\pi}{3})$ C. $(-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3})$ D. $(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2})$
- 设 $\vec{a}=(\frac{3}{2}, \sin \alpha)$, $\vec{b}=(\cos \alpha, \frac{1}{3})$, 且 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则锐角 α 为（ ）。
A. 30° B. 60° C. 45° D. 75°
- 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 a_1, a_9 是方程 $2x^2-5x+2=0$ 的两根, 则 $a_4 a_6 =$ （ ）。
A. 5 B. $\frac{5}{2}$ C. 2 D. 1
- 已知向量 \vec{a} 、 \vec{b} 的坐标为 $(1, x)$, $(2, x-3)$ 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 x 等于（ ）。
A. -1 或 -2 B. 1 C. 1 或 2 D. 2
- 过点 $(1, 2)$ 且与已知直线 $2x+y-1=0$ 垂直的直线方程是（ ）。
A. $2x-y-3=0$ B. $x-2y+3=0$
C. $x+2y-3=0$ D. $-2x-y+3=0$
- 若直线 $x+y=m$ 与圆 $x^2+y^2=m (m>0)$ 相切, 则 $m =$ （ ）。

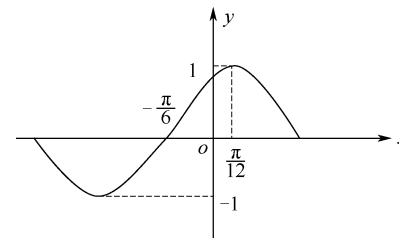
- A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

11. 从椭圆短轴一个端点看长轴两端点的视角为 120° , 此椭圆的离心率为（ ）。

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

12. 下列函数中, 图象的一部分如右图所示的是（ ）。

- A. $y=\sin(x+\frac{\pi}{6})$
B. $y=\sin(2x-\frac{\pi}{6})$
C. $y=\cos(4x-\frac{\pi}{3})$
D. $y=\cos(2x-\frac{\pi}{6})$



13. 下列命题中正确命题的个数是（ ）。

- (1) 若两个平面都垂直于同一个平面, 则这两个平面平行.
- (2) 两条平行直线与同一个平面所成的角相等.
- (3) 若一个平面内不共线的三点到另一个平面的距离相等, 则这两个平面平行.
- (4) 如果一条直线与一个平面内无数条直线垂直, 则这条直线和这个平面垂直.

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

14. 用 0, 1, 3, 5 这四个数字, 可以组成没有重复数字的四位数的个数是（ ）。

- A. 12 B. 18 C. 24 D. 30

15. 从 20 名男同学, 10 名女同学中任选 3 名参加体能测试, 则选到的 3 名同学中既有男同学又有女同学的概率为（ ）。

- A. $\frac{9}{29}$ B. $\frac{10}{29}$ C. $\frac{19}{29}$ D. $\frac{20}{29}$

第 II 卷（非选择题 共 75 分）

二、填空题（本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。请将正确的答案填写在题中的横线上，不填、错填均不得分）

16. 设 $f(x)=\begin{cases} \lg x, & x>0, \\ 10^x, & x\leq 0, \end{cases}$ 则 $f[f(2)] =$ _____.
17. 计算: $C_6^4 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})^{\lg 1} - \log_3^{27} + \sin \pi =$ _____.
18. 函数 $y = \sqrt{\log_5(2x-1)} + \frac{1}{3-x}$ 的定义域为_____.
19. 若一元二次不等式 $x^2 + ax + b < 0$ 的解集是 $(-3, 4)$, 则 $a+b =$ _____.
20. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_7 \cdot a_{12} = 5$, 则 $a_8 a_9 a_{10} a_{11} =$ _____.
21. 已知向量 $\vec{a}(3, 1), \vec{b}(-2, 1)$, 则 $|2\vec{a} - \vec{b}| =$ _____.

22. 在三角形 ABC 中, 若 $\cos A \cos B > \sin A \sin B$, 则三角形 ABC 是_____三角形.

23. 已知 $\sin a - \cos a = \frac{1}{2}$, 则 $\sin 2a =$ _____.

24. 若直线 $y=x+1$ 与抛物线 $x^2=2y$ 相交于 A, B 两点, 则线段 AB 的中点坐标是_____.

25. 双曲线的离心率是 $\sqrt{2}$, 焦点是 $(-4, 0), (4, 0)$, 则双曲线方程为_____.

26. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{m} = 1 (0 < m < 4)$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , 直线 L 过点 F_2 交椭圆 C

于 A, B 两点. 则 $\triangle ABF_1$ 的周长是_____.

27. 已知二面角 $\alpha - a - \beta$ 为 60° , P 是平面 α 内一点, P 到 β 的距离为 m , 则 P 在 β 内的射影到 a 的距离为_____.

28. $(2x + \frac{1}{x})^4$ 的展开式中的常数项为_____.

29. 由数字 1、2、3、4、5 组成无重复数字且数字 1 与 2 不相邻的五位数的个数是_____.

30. 在 7 瓶牛奶中, 有 2 瓶过了保质期, 从中任取 2 瓶, 则这 2 瓶牛奶至少有 1 瓶不过期的概率为_____.

三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 45 分)

31. (5 分) 设集合 $U = \{2, 3, a^2 + 2a - 3\}$, $A = \{|2a - 1|, 2\}$, $C_U A = \{5\}$, 求 a 的值.

32. (6 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 3^{n+1} - 3$.

求证: 数列 $\{a_n\}$ 是等比数列.

33. (6 分) 已知 $\tan \alpha + 9 \cot \alpha = 6$, 求 $\frac{\sin^3 \alpha - 2 \cos \alpha}{\sin \alpha + 3 \cos \alpha}$ 的值.

34. (6 分) 已知商品生产成本(总) C 与产量 Q 的函数关系式为 $C = 100 + 4Q$, 价格 (单价) P 与产量 Q 的函数关系式为 $P = 25 - \frac{1}{8}Q$, 求产量 Q 为何值时利润 L 最大.

35. (7 分) 甲、乙等五名奥运志愿者被随机地分到 A, B, C, D 四个不同的岗位服务, 每个岗位至少有一名志愿者.

(1) 求甲、乙两人同时参加 A 岗位服务的概率;

(2) 求甲、乙两人不在同一个岗位服务的概率;

(3) 设随机变量 ξ 为这五名志愿者中参加 A 岗位服务的人数, 求 ξ 的分布列.

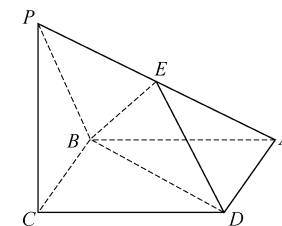
36. (8 分) 已知抛物线 $y^2 = -x$ 与直线 $y = k(x+1)$ 相交于 A, B 两点.

(1) 求证: $OA \perp OB$; (2) 当 $\triangle OAB$ 的面积等于 $\sqrt{10}$ 时, 求 k 的值.

37. (7 分) 如图所示, 已知底面是边长为 a 的菱形, 且 $\angle ABC = 120^\circ$, 又 $PC \perp$ 平面 $ABCD$, $PC = a$, 点 E 为 PA 的中点.

(1) 求证: 平面 $EBD \perp$ 平面 $ABCD$.

(2) 求点 E 到平面 PBC 的距离.



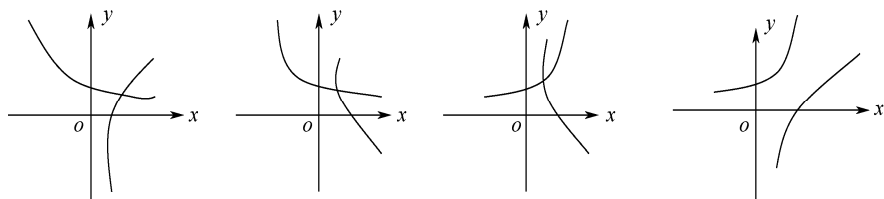
普通高校对口招生考试实战模拟试题（六）

数 学

第Ⅰ卷（选择题 共45分）

一、选择题（本大题有15个小题，每小题3分，共45分。在每小题所给出的四个选项中，只有一个符合题目要求）

1. 设集合 $U=\{1,2,3,4,5\}$, $A=\{1,2,3\}$, $B=\{2,3,4\}$, 则 $C_U(A \cap B) = ()$.
A. $\{2,3\}$ B. $\{1,4,5\}$ C. $\{4,5\}$ D. $\{1,5\}$
2. 如果 a, b 为实数, 且 $ab < 0$, 则 $()$.
A. $|a+b| > |a-b|$ B. $|a+b| < |a-b|$ C. $|a-b| < |a| - |b|$ D. $|a-b| < |a| + |b|$
3. “ $\sin \alpha \neq 1$ ”是“ $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$ ”的什么条件 $()$.
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 函数 $y = \frac{1}{x} - x$ 的图像关于 $()$.
A. y 轴对称 B. x 轴对称 C. 直线 $y=x$ 对称 D. 原点对称
5. 若 $0 < a < 1$ 时, 在同一坐标系中函数 $y = a^{-x}$ 与 $y = \log_a x$ 的图像大致是 $()$.



6. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle C = 60^\circ$, 则 $\cos A \cos B - \sin A \sin B = ()$.
A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
7. 已知向量 $\vec{a}(-3, 2)$ 与向量 $\vec{b}(6, \lambda)$ 共线, 则 λ 的值为 $()$.
A. 1 B. -1 C. 4 D. -4
8. 如果数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n = 2^n$, 那么 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = ()$.
A. 126 B. 31 C. 30 D. 62

9. 直线 $(a-1)x+3y+2=0$ 与直线 $x+(a+1)y+a=0$ 互相平行, 则 a 等于 $()$.

- A. -2 或 $\frac{8}{5}$ B. 2 或 -2 C. -2 D. 2

10. 与直线 $x-2y+1=0$ 平行且距离等于 $\sqrt{5}$ 的直线方程为 $()$.

- A. $x-2y=0$ B. $x-2y+6=0$
C. $x-2y=0$ 或 $x-2y+2=0$ D. $x-2y+6=0$ 或 $x-2y-4=0$

11. 若 n 是平面 α 的斜线, 直线 $m \subseteq$ 平面 α , 且 n 在平面 α 内的射影与直线 m 平行, 则 $()$.

- A. $n \parallel m$ B. $n \perp m$
C. n 与 m 是异面直线 D. n 与 m 是相交直线

12. 圆 $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 1$ 关于直线 $x-y+1=0$ 的对称圆的方程是 $()$.

- A. $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 1$ B. $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 2$
C. $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 1$ D. $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 2$

13. $(x-2)^6$ 的二项展开式中的 x^4 系数是 $()$.

- A. 60 B. -60 C. 15 D. -15

14. 四对夫妻坐一排照相, 每对夫妻都不能隔开坐, 则不同的坐法种数为 $()$ 种.

- A. 24 B. 48 C. 384 D. 1152

15. 从分别写有 A、B、C、D、E 的五张卡片中任取两张, 这两张卡片上的字母顺序恰好相邻的概率是 $()$.

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{3}{10}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{1}{2}$

第Ⅱ卷（非选择题 共75分）

二、填空题（本大题共15小题，每小题2分，共30分。请将正确的答案填写在题中的横线上，不填、错填均不得分）

16. 若函数 $f(x) = \begin{cases} \pi \sin x, & 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ \cos x, & \frac{\pi}{2} \leq x < \pi \end{cases}$, 则 $f(f(\frac{\pi}{6})) =$ _____.

17. 不等式 $|2x-3| < 4$ 的整数解的解集是 _____.

18. 函数 $y = \sqrt{\log_{0.3}(x-3)}$ 的定义域是 _____.

19. $x, y \in \mathbb{R}$, 且 $(2x-1)^2 + (y-8)^2 = 0$, 则 $\log_8 xy =$ _____.

20. $(-27)^{\frac{1}{3}} + (\pi-1)^0 - \sin 3\pi + 2^{\log_2 3} =$ _____.

21. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $S_{11} = 121$, 则 $a_6 =$ _____.

22. 若 $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\pi}{3}$, 则 $|2\vec{a} - \vec{b}| =$ _____.

23. 若 $\cos(\pi + \alpha) = -\frac{1}{2}$, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, 则 $\sin(4\pi - \alpha) =$ _____.

24. 和圆 $x^2 + y^2 = 20$ 相切于点 $(-2, 4)$ 的直线方程为 _____.

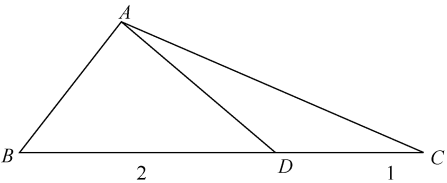
25. 过点 $(2,-3)$ 且与直线 $2x+y-3=0$ 垂直的直线方程是_____.
26. 二项式 $(x-2)^8$ 的展开式中各项系数之和为_____.
27. $P(x,y)$ 是双曲线 $x^2-y^2=2$ 右支上一点, 且与该双曲线两个焦点的连线互相垂直, 则 P 的坐标为_____.
28. 已知三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA=PB=PC=2\text{cm}$, PA 与底面 ABC 所成角为 45° , 则底面三角形 ABC 的外接圆面积为_____.
29. 由 $0,1,2,3,4$ 这五个数字可以组成_____个没有重复数字的四位偶数.
30. 将 3 个不同的球随机放入 3 个盒子里, 则恰有一个盒子空着的概率是_____.

三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 45 分)

31. (5 分) 已知集合 $A=\{x||x-a|\leq 1\}$, $B=\{x|(x+2)(x-3)>0\}$, 且 $A\cap B=\emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

32. (6 分) 一个项数为 n 的等差数列, 它的前 5 项的和为 34, 最后 5 项的和为 146, 所有项的和为 234, 求项数 n .

33. (6 分) 如图 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 BC 上, 且 $BD=2$, $DC=1$, $\angle B=60^\circ$, $\angle ADC=150^\circ$, 求 AC 的长及 $\triangle ABC$ 的面积.



34. (7 分) 某产品每件成本 10 元, 试销阶段每件产品的销售价 x (元) 与产品的日销量 y (件) 之间的关系如下表:

x (元)	15	20	30	...
y (件)	25	20	10	...

若日销量 y (件) 是销售价 x (元) 的一次函数.

(1) 求出日销量 y (件) 与销售价 x (元) 的函数关系式;

(2) 要使每日的销售利润最大, 每件产品的销售价应定为多少元? 此时每日的销售利润是多少?

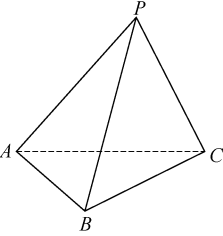
35. (7 分) 设双曲线 $x^2-\frac{y^2}{3}=1$ 的左、右焦点为 F_1 、 F_2 , 过 F_2 作倾斜角为 $\frac{\pi}{6}$ 的弦 AB .

(1) 求 $|AB|$; (2) 求 $\triangle F_1AB$ 的面积.

36. (8 分) 如图, $PA=PC$, $\angle APC=\angle ACB=90^\circ$, $\angle BAC=60^\circ$, 平面 $PAC\perp$ 平面 ABC .

(1) 求证: 面 $PAB\perp$ 面 PBC ;

(2) 求 PB 与面 ABC 所成角的正切值.



37. (6 分) 从 3 名女教师, 2 名男教师中, 选出 3 名教师组成下乡支教小组:

(1) 求所选 3 个人中女教师人数 ξ 的概率分布;

(2) 求选出的 3 个人中至少有 1 名男教师的概率.

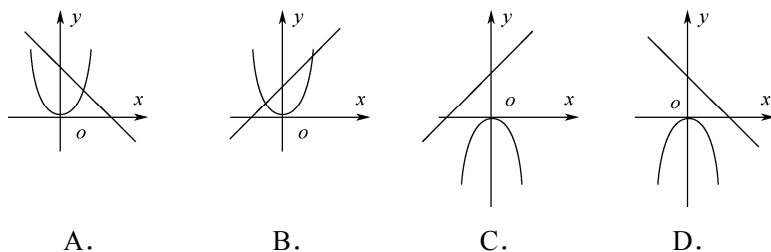
普通高校对口招生考试实战模拟试题（七）

数 学

第 I 卷（选择题 共 45 分）

一、选择题（本大题有 15 个小题，每小题 3 分，共 45 分。在每小题所给出的四个选项中，只有一个符合题目要求）

1. 已知集合 $A=\{1,3,x\}$, $B=\{1,x^2\}$, $A\cup B=\{1,3,x\}$, 则满足条件实数 x 的值有 ().
A. 3 B. 2 C. 1 D. 4
2. 已知 $a>b$, 且 $ab>0$, 则有 ().
A. $a^2>b^2$ B. $a^2<b^2$ C. $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$ D. $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$
3. $|x-1|>2$ 是 $|x|>3$ 的 ().
A. 充分但不必要条件 B. 必要但不充分条件
C. 充分且必要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 如果奇函数 $F(x)$ 在 $[2,5]$ 上是增函数且最小值是 3, 那么 $F(x)$ 在区间 $[-5,-2]$ 上是 ().
A. 增函数且最小值为 -3 B. 增函数且最大值为 -3
C. 减函数且最小值为 -3 D. 减函数且最小值为 -5
5. 函数 $y=-ax-a$ 和 $y=ax^2$ 在同一直角坐标系中的图像只能是 ().



6. 把函数 $y=\sin x$ 的图像向左或向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位, 得到的函数是 ().
A. $y=\cos x$ B. $y=-\cos x$ C. $y=|\cos x|$ D. $y=\cos x$ 或 $y=-\cos x$
7. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 a_1, a_9 是方程 $2x^2-5x+2=0$ 的两根, 则 $a_4a_6=$ ().
A. 5 B. $\frac{5}{2}$ C. 2 D. 1
8. 若向量 \vec{a} 与向量 \vec{b} 的长度分别为 4 和 3, 其夹角为 60° , 则 $|\vec{a}-\vec{b}|$ 的值为 ().

- A. $\sqrt{37}$ B. $\sqrt{13}$ C. 5 D. 1
9. 若 $\sin(\pi-\alpha)=\log_{16}\frac{1}{4}$, 且 $\alpha\in(-\frac{\pi}{2},0)$, 则 $\tan(2\pi-\alpha)=$ ().
A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $-\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}$

10. 直线 $2x+3y-6=0$ 关于 y 轴对称的直线方程是 ().
A. $2x-3y-6=0$ B. $2x-3y+6=0$
C. $2x+3y+6=0$ D. $2x+3y-6=0$
11. 点 M 在圆 $(x-5)^2+(y-3)^2=9$ 上运动, 则点 M 到直线 $3x+4y-2=0$ 的最短距离为 ().
A. 2 B. 5 C. 8 D. 9
12. 若抛物线 $y^2=4x$ 上一点 P 到该抛物线焦点的距离为 5, 则经过点 P 和原点的直线 OP 的倾斜角等于 ().
A. 45° B. 60° C. 45° 或 135° D. 60° 或 120°
13. 已知边长为 a 的菱形 $ABCD$, $\angle A=60^\circ$, 将菱形沿对角线 BD 折成直二面角, 则 AC 的长为 ().
A. $\sqrt{2}a$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2}a$ D. 以上结论都不对
14. 5 个不同的球放入不同的 4 个盒子中, 每个盒子中至少放一球, 若甲球必须放入 A 盒, 则不同的放法种数是 ().
A. 120 B. 72 C. 60 D. 36
15. 从 1~9 这 9 个自然数中任取两个数, 取出的两个数之和是偶函数的概率为 ().
A. $\frac{4}{9}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{5}{18}$ D. $\frac{1}{3}$

第 II 卷（非选择题 共 75 分）

二、填空题（本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。请将正确的答案填写在题中的横线上，不填、错填均不得分）

16. 若函数 $f(x)=\begin{cases} x^3, & x<6 \\ \log_2 x, & x\geq 6 \end{cases}$, 则 $f(f(2))$ 等于_____.
17. $\log_3 27 + (\frac{9}{27})^0 + (\frac{1}{125})^{-\frac{1}{3}} + \sin 3\pi + \tan \frac{9}{4}\pi =$ _____.
18. 函数 $y=\log_2(|x-1|-2) + \frac{1}{2^x-16}$ 定义域是_____.
19. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\sin A=2\sin B\cos C$, 则 $\triangle ABC$ 是_____三角形.
20. 已知 $A(5,-2)$, $B(-5,-1)$, 且 $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, 则 P 点的坐标是_____.
21. 在 $[-\pi, \pi]$ 上, 使 $\sin x \geq \frac{1}{2}$ 的 x 的范围是_____.

22. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_4+a_6+a_{15}+a_{17}=30$, 求 $S_{20}=\underline{\hspace{2cm}}$.
23. 方程 $\frac{x^2}{3-k}+\frac{y^2}{2+k}=1$ 表示椭圆, 则 k 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
24. 若点 $P(2,m)$ 到直线 $3x-4y+2=0$ 的距离为 4, 则 m 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
25. 不等式 $(\frac{1}{5})^{x^2-8}<5^{-2x}$ 的解集是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
26. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, AC_1 与平面 BB_1D_1D 所成的角的正切值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
27. 点 P 是椭圆 $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$ 上的一点, F_1, F_2 是其焦点, 若 $\angle F_1PF_2=90^\circ$, 则 $\triangle F_1PF_2$ 的面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
28. 在 $(3x-\frac{2}{\sqrt{x}})^n$ 的展开式中, 第 9 项为常数项, 则 $n=\underline{\hspace{2cm}}$.
29. 由数字 1、2、3、4、5 组成无重复数字且数字 1 与 2 不相邻的五位数的个数有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 种.
30. 将 3 个不同的球随机放入 3 个盒子中, 则恰有一个盒子空着的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 45 分)

31. (5 分) 已知集合 $A=\{x|x^2-3x+2=0\}$, $B=\{x|ax-2=0\}$, $A\cup B=A$, 求实数 a 的值组成的集合.

32. (6 分) 若数列 $\{a_n\}$ 满足: $\log_2 a_{n+1}=1+\log_2 a_n$, 且 $a_1+a_2+\cdots+a_5=62$, 求 a_{10} 的值.

33. (5 分) 已知 $\tan(\frac{\pi}{4}+\theta)=2$, 求 (1) $\tan \theta$ 的值; (2) $\sin 2\theta-2\cos^2 \theta$ 的值.

34. (7 分) 某产品生产厂家的月生产能力不超过 1000 件. 根据以往的生产销售经验得到下面有关生产销售的规律: 每生产产品 x (百件) 其总成本为 $G(x)$ 万元, 其中固定成本 2 万元, 并且每生产 100 件产品的生产成本为 1 万元 (总成本=固定成本+生产成本). 而销售收入 $R(x)$ 满足 $R(x)=-0.4x^2+4.2x-0.8$, 假定该产品的产销平衡, 那么根据上述统计规律, 求:

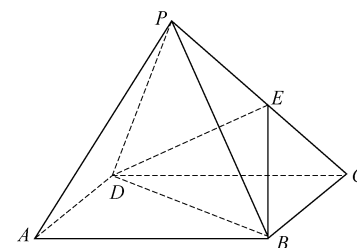
- (1) 使工厂有盈利, 产量应控制在什么范围?
- (2) 生产多少件产品时, 盈利最多? 最多盈利是多少?

35. (8 分) 设抛物线对称轴为坐标轴, 顶点在原点, 焦点在圆 $x^2+y^2-2x-3=0$ 的圆心, 过焦点作倾斜角为 45° 的直线与抛物线交于 A, B .

- (1) 求直线和抛物线的方程.
- (2) 求 $\triangle OAB$ 的面积.

36. (8 分) 如图: 已知四边形 $ABCD$ 为正方形, P 是平面 $ABCD$ 外一点, 三角形 PDC 为等边三角形, 且平面 $PDC \perp$ 平面 $ABCD$, E 为 PC 的中点.

- (1) 求证: 平面 $EDB \perp$ 平面 PBC ;
- (2) 求二面角 $B-DE-C$ 的平面角的正切值.



37. (6 分) 一个袋中装有 6 个红球和 4 个白球, 它们除了颜色外, 其他地方没有差别, 采用无放回的方式从袋中任取 3 个球, 取到白球的数目用 ξ 表示.

- (1) 求离散型随机变量 ξ 的概率分布.
- (2) 求 $P(\xi \geq 2)$.

普通高校对口招生考试实战模拟试题（八）

数 学

一、选择题（本大题有 15 个小题，每小题 3 分，共 45 分。在每小题所给出的四个选项中，只有一个符合题目要求）

- 已知集合 $A = \{x | x < \sqrt{13}\}$ ， $a = 2\sqrt{3}$ ，则下列关系正确的是（ ）。

A. $a \subsetneq A$ B. $a \in A$ C. $a \notin A$ D. $\{a\} \in A$
- 若 $a > b$ ，则（ ）。

A. $a^2 > b^2$ B. $\lg a > \lg b$ C. $e^b > e^a$ D. $a^3 > b^3$
- 在四边形 $ABCD$ 中，“ $\overline{AB} = 3\overline{DC}$ ”是“四边形 $ABCD$ 是梯形”的（ ）。

A. 充要条件 B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件
- 下列函数中既是奇函数又是增函数的是（ ）。

A. $y = -\frac{1}{3}x$ B. $y = -\frac{1}{x}$ C. $y = 2x^2$ D. $y = 3x$
- 已知向量 $\vec{a} = (-2, 4)$ ， $\vec{b} = (1, -2)$ ，则（ ）。

A. \vec{a} 与 \vec{b} 互相垂直 B. \vec{a} 与 \vec{b} 共线且方向相同
C. \vec{a} 与 \vec{b} 共线且方向相反 D. \vec{a} 与 \vec{b} 是相反向量
- 直线 $(2m-1)x - (m-3)y + 1 = 0$ 与直线 $8x + y = 0$ 互相垂直，则 $m =$ （ ）。

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{11}{17}$ D. $\frac{23}{6}$
- 在 $\triangle ABC$ 中，若 $a \cos B = b \cos A$ ，则 $\triangle ABC$ 是（ ）。

A. 等边三角形 B. 等腰三角形
C. 等腰三角形或直角三角形 D. 等腰直角三角形
- 数列 $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{n(n+1)}, \dots$ 的前 n 项和 S_n 为（ ）。

A. $\frac{1}{n+1}$ B. $\frac{1}{n(n+1)}$ C. $\frac{n}{n+1}$ D. $\frac{1}{2n(n+1)}$
- 若象限角 θ 满足 $\sin \theta \sqrt{1 - \cos^2 \theta} - \cos \theta \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = -1$ ，则 θ 在（ ）。

A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限

- 点 M 在圆 $(x-5)^2 + (y-3)^2 = 9$ 上运动，则点 M 到直线 $3x + 4y - 2 = 0$ 的最长距离为（ ）。

A. 2 B. 5 C. 8 D. 9
- 抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 的准线方程是（ ）。

A. $y = -1$ B. $y = 1$ C. $y = -\frac{1}{16}$ D. $y = \frac{1}{16}$
- 把 5 个不同的小球放入 4 个不同的盒子，每个盒子至少放一球，若甲球必须放入第一个盒子，则不同的方法种数有（ ）种。

A. 24 B. 36 C. 60 D. 120
- P 是三角形 ABC 所在的平面外一点，若点 P 到三角形三个顶点的距离相等，且 P 在平面 ABC 内的射影 O 在 $\triangle ABC$ 的内部，则点 O 是三角形的（ ）。

A. 内心 B. 外心 C. 重心 D. 垂心
- 从 1~9 这 9 个数字中任取两个数，取出的两个数之和是偶数的概率是（ ）。

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{9}$ D. $\frac{1}{2}$
- $(x+a)^5$ 的展开式中第 5 项为 $125x$ ，则 $a =$ （ ）。

A. 5 B. ± 5 C. $\sqrt{5}$ D. $\pm \sqrt{5}$

二、填空题（本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。请将正确的答案填写在题中的横线上，不填、错填均不得分）

- 若 $f(\sin x) = \sin\left(\frac{3}{2}x\right)$ ，则 $(x-1)^{10}$ _____。
- $3^{1+\log_3 5} + (-2)^{-2} + \left(\frac{b}{2a}\right)^0 - \frac{1}{2}\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) =$ _____。
- 不等式 $(2x-1)(3-x) > 0$ 的解集为_____（用区间表示）。
- 函数 $f(x) = \sqrt{3}\sin x + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ 值域为_____。
- 函数 $y = \log_a(x+5)$ ， $(0 < a < 1)$ 的图像不过第_____象限。
- 已知数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = 1$ ，且 $3a_{n+1} - 3a_n = 1$ ，则 $a_{301} =$ _____。
- 双曲线 $4y^2 - x^2 = 20$ 的渐近线方程是_____。
- 直线 $3x + ky + 1 = 0$ 与直线 $2y - x + 2 = 0$ 平行，则 $k =$ _____。
- 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $AB = 2$ ， $BC = 5$ ， $\triangle ABC$ 的面积为 4，则 $\cos B =$ _____。
- 若 $|\vec{a}| = 4$ ， $|\vec{b}| = 7$ ， $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = 60^\circ$ ，则 $|\vec{a} - \vec{b}| =$ _____。
- 椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{k^2} = 1$ 与双曲线 $\frac{x^2}{k} - \frac{y^2}{3} = 1$ 有相同的焦点，则 k 的值是_____。
- $(3x-1)^7 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_6x^6 + a_7x^7$ ，则 $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_6 + a_7 =$ _____。
- 从 60° 的二面角内一点到二面角两个面的垂线长都是 10cm，则两垂足间的距离为_____。

29. 由数字 0, 1, 2, 3 组成的没有重复数字的四位偶数共有_____个.

30. 从甲、乙等 10 位同学中任选 3 位去参加某项活动, 则所选的 3 人中有甲但没有乙的概率为_____.

三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 45 分)

31. (5 分) 设集合 $A = \{x | x^2 - x - 12 \leq 0\}$, $B = \{x | |x + m| < 1\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 m 的取值范围.

32. (6 分) 某租赁公司拥有汽车 100 辆, 当每辆车的月租金为 3000 元时, 可全部租出, 当每辆车的月租金每增加 50 元时, 未租出的车将会增加一辆, 租出的车每辆每月需维护费 150 元, 未租出的车每辆每月需维护费 50 元. 试问当每辆车的月租金定为多少元时, 租赁公司的月收益最大? 最大月收益是多少?

33. (6 分) 等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 a_2 与 2 的等差中项等于 S_2 与 2 的等比中项, 且 $S_3 = 18$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $b_n = 2^{a_n+2}$, 证明数列 $\{b_n\}$ 是等比数列.

34. (6 分) 已知 $\vec{m} = (\cos x, \sin x)$, $\vec{n} = (\cos x, -\sin x + 2\sqrt{3} \cos x)$, $f(x) = \vec{m} \cdot \vec{n}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 求 $f(x)$ 的最小正周期及最小值.

35. (6 分) 从标有数字 1, 2, 3, 4, 5 的五张卡片中, 每次取 1 张, 有放回的取 3 次, 若取得奇数的个数为 ξ , 求随机变量 ξ 的概率分布.

36. (8 分) 过抛物线 $y^2 = 4x$ 焦点的直线, 与抛物线相交于 A 、 B 两点, 线段 AB 的中点横坐标为 2.

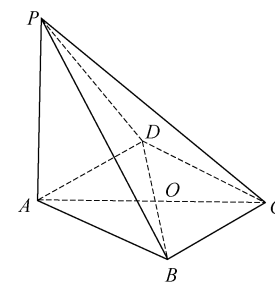
(1) 求线段 AB 的长;

(2) 求以此抛物线的焦点为圆心, 并且与直线 $4x + y - 2 = 0$ 相切的圆的方程.

37. (8 分) 如图, 已知菱形 $ABCD$, P 为 $ABCD$ 外的一点, 且 $PA \perp AB$, $PA \perp BC$.

(1) 求证: 平面 $PAC \perp$ 平面 PDB ;

(2) 若 $AB = 4$, $\angle DAB = 120^\circ$, $PA = 3$, 求二面角 $P-BD-A$ 的正切值.



普通高校对口招生考试实战模拟试题（九）

数 学

一、选择题（本大题有 15 个小题，每小题 3 分，共 45 分。在每小题所给出的四个选项中，只有一个符合题目要求）

1. 集合 $A = \{x | x^2 + 2016(a+2)x + (a^2 - 4) = 0\}$, $B = \{0\}$, 且 $A = B$, 则 a 的值为 ().

A. 0 B. 2 C. -2 D. ± 2

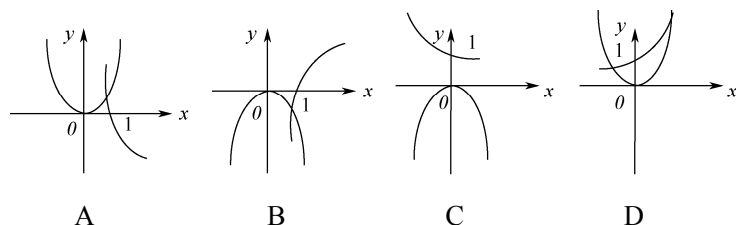
2. 若 $a > b > 0$, 则下列式子正确的是 ().

A. $a^2 > b^2$ B. $\frac{a}{b} < 1$ C. $|a| < |b|$ D. $a^3 < b^3$

3. “ $x^3 = y^3$ ”是“ $x = y$ ”的 ().

A. 充要条件 B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 在同一直角坐标系中, 函数 $y = -ax^2$ 与 $y = \log_a x$ 的图像是 ().



5. 已知单位向量 \vec{a} 与 \vec{b} 夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 那么 $|\vec{a} + 2\vec{b}| =$ ().

A. $2\sqrt{3}$ B. $\sqrt{7}$ C. $2\sqrt{7}$ D. $4\sqrt{3}$

6. 过点 $A(4, a)$ 与 $B(5, b)$ 的直线与直线 $y = x + m$ 平行, 则 $|AB| =$ ().

A. 6 B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. 不确定

7. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\sin A : \sin B : \sin C = 6 : 5 : 4$, 则 $\cos A =$ ().

A. $\frac{1}{7}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{4}$

8. 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$, $S_n = 9$, 则 $n =$ ().

A. 9 B. 10 C. 99 D. 100

9. 函数 $y = \sin \frac{x}{2} + \sqrt{3} \cos \frac{x}{2}$ 的最大值和周期分别是 ().

A. $\sqrt{3}, \pi$ B. $2, \pi$ C. $\sqrt{3}, 4\pi$ D. $2, 4\pi$

10. 圆 $x^2 + y^2 - 4x + 4y + 6 = 0$ 被直线 $x - y - 5 = 0$ 所截得的弦长为 ().

A. $\sqrt{6}$ B. $\frac{5\sqrt{5}}{2}$ C. 1 D. 5

11. 抛物线 $y^2 = -4x$ 上一点 P 到焦点的距离是 4, 则点 P 的横坐标是 ().

A. 0 B. -1 C. -2 D. -3

12. 3 名女生和 2 名男生排成一排, 要求男女生相间排列的排法种数是 ().

A. 120 B. 60 C. 24 D. 12

13. 已知二面角 $\alpha - l - \beta$ 内一点 P 到二面角的两个平面 α 、 β 的距离分别为 PA 、 PB , 且 $PA = PB = AB = 6\sqrt{2}$, 则二面角的度数是 ().

A. 30° B. 60° C. 90° D. 120°

14. 从 1, 2, 3, 4, 5 中任取三个不同的数, 则取出的三个数可作为直角三角形三条边的概率是 ().

A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{3}{10}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

15. 在 $(x-1)^{10}$ 的展开式中的二项式系数和是 ().

A. 128 B. 256 C. 512 D. 1024

二、填空题（本大题共 15 个空，每空 2 分，共 30 分。请将正确的答案填在答题纸中的横线上，不填、少填、错填均不得分）

16. 若 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x > 0 \\ 1-x, & x \leq 0 \end{cases}$, 则 $f[f(-2)]$ 的值是_____.

17. $10^{1-\lg 2} + (-8)^{\frac{1}{3}} + \cos \frac{2\pi}{3} + C_4^2 =$ _____.

18. 函数 $y = \log_3(4-x^2) + \sqrt{x-1}$ 的定义域是_____ (用区间表示).

19. 设 $a = \log_\pi 0.3$, $b =_\pi 0.3$, $c = 0.3^\pi$, 则 a 、 b 、 c 从大到小的顺序排列为_____.

20. 函数 $f(x) = 3^{\sqrt{x}}$ 的单调递增区间为_____.

21. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_5 - a_4 = 108$, $a_2 - a_1 = 4$, 则 $a_n =$ _____.

22. 椭圆的两个焦点三等分长轴, 则椭圆的离心率等于_____.

23. 过点 $(2, -3)$ 与直线 $2x + y - 3 = 0$ 垂直的直线方程是_____.

24. 已知 $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{8}$, 且 $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$, 则 $\sin \alpha - \cos \alpha$ 的值为_____.

25. 已知 $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, 如果 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____.

26. 若直线 l 经过双曲线 $x^2 - 4y^2 = 4$ 的左焦点 F_1 , 且与双曲线的左支相交得弦 AB , 已知弦 AB 的长为 5, F_2 为另一个焦点, 则 $\triangle ABF_2$ 的周长为_____.

27. 在 $(x-1)^{10}$ 的展开式中的第 4 项的系数是_____.

28. 在边长为 a 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 顶点 A_1 到底面对角线 BD 的距离是_____.

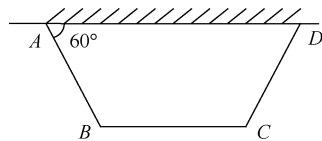
29. 由数字 0, 1, 2, 3 组成的没有重复数字的三位偶数共有_____个.

30. 某气象站天气预报的准确率为 $\frac{2}{3}$ ，三次预报中，恰有一次准确的概率是_____.

三、解答题（本大题共 7 小题，共 45 分）

31.（5 分）设 $M = \{x | x^2 - 4x \geq 0\}$, $N = \{x | |x - 1| < a\}$ ，若 $M \cap N = \emptyset$ ，求实数 a 的取值范围.

32.（6 分）某农户利用一面旧墙为一边，用篱笆围成一块底角为 60° 的等腰梯形菜地. 已知现有材料可围成 30 米长的篱笆，当等腰梯形的腰长为多少米时，所围成的菜地面积最大，最大面积是多少？



33.（6 分）在等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = 2$ ， $S_3 = 12$.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）令 $b_n = 3^{a_n}$ ，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

34.（6 分）已知函数 $f(x) = 5 \sin x \cos x - 5\sqrt{3} \cos^2 x + \frac{5\sqrt{3}}{2}$.

（1）求函数 $f(x)$ 的解析式；

（2）求 $f(x)$ 的最小正周期及减区间.

35.（6 分）从 5 名男生、2 名女生中任选 3 人参加市里的知识竞赛，若选到女生的人数为 ξ ，求随机变量 ξ 的概率分布.

36.（8 分）已知抛物线的焦点是圆 $x^2 + y^2 - 2x = 0$ ，倾角是 $\frac{3\pi}{4}$ 且过抛物线焦点的直线与抛物线相交于 A 、 B 两点.

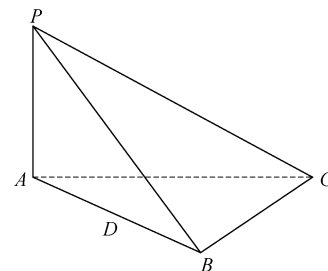
（1）求抛物线与直线的方程；

（2）求 $\triangle OAB$ 的面积.

37.（8 分）如图， P 为 $\triangle ABC$ 所在平面外的一点，且 $PA \perp$ 平面 ABC ， $BC \perp AC$ ， $PA = AC = 1$ ， $PC = BC$.

（1）求证：平面 $PBC \perp$ 平面 PAC ；

（2）求 AB 的中点 M 到直线 PC 的距离.



普通高校对口招生考试实战模拟试题（十）

数 学

一、选择题（本大题有 15 个小题，每小题 3 分，共 45 分。在每小题所给出的四个选项中，只有一个符合题目要求）

- 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ， $A = \{1, 5\}$ ，且 $B \subseteq C_U A$ ，则集合 B 的个数是（ ）。
A. 5 B. 6 C. 7 D. 8
- 设 $a > b$ ，那么下列各不等式恒成立的是（ ）。
A. $a^2 > b^2$ B. $3^b < 3^a$ C. $\lg b < \lg a$ D. $\sqrt{a^2} > \sqrt{b^2}$
- “ $\lg a = \lg b$ ”是“ $a = b$ ”的（ ）。
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 下列函数中既是奇函数又在区间 $(-1, 1)$ 上单调递增的是（ ）。
A. $y = -\frac{1}{x}$ B. $y = \sin(\pi - x)$ C. $y = \log_2 x$ D. $y = x^2$
- 要得到 $y = 2\sin 5x$ 的图像可由函数 $y = 2\sin\left(5x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的图像（ ）而得到。
A. 向左移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位 B. 向右移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位
C. 向左移 $\frac{\pi}{15}$ 个单位 D. 向右移 $\frac{\pi}{15}$ 个单位
- 设向量 $\vec{a} = (2, -3)$ ， $\vec{b} = (x, 2x)$ ，且 $3\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$ ，则 $x =$ （ ）。
A. $\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. 3 D. -3
- 下列函数中周期为 2π 的是（ ）。
A. $y = \sin x \cos x$ B. $y = \cos^2 x - \sin^2 x$
C. $y = \sin x + 1$ D. $y = \sin 2x - \cos 2x$
- 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中，已知 $a_7 + a_{13} = 20$ ，则 $a_9 + a_{10} + a_{11} =$ （ ）。
A. 18 B. 24 C. 30 D. 36
- 如果 $\{a_n\}$ 等比数列，且 $a_n > 0$ ，则 $\{\lg a_n\}$ 为（ ）。
A. 等差数列 B. 等比数列
C. 既是等差数列又是等比数列 D. 既非等差数列又非等比数列

- 下列四组函数中，表示同一函数的是（ ）。
A. $y = x$ 与 $y = |x|$ B. $y = \cos(2\pi + x)$ 与 $y = \sin(\pi - x)$
C. $y = \sin x$ 与 $y = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ D. $y = 2\ln x$ 与 $y = \ln x^2$

- 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的一个焦点到一条渐近线的距离是（ ）。
A. a B. b C. $\sqrt{2}a$ D. $\sqrt{2}b$

- 把 3 封信任意投入 4 个信箱，不同的投法有（ ）种。
A. 12 B. 36 C. 64 D. 81

- 已知 $\left(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{10}$ 的第 m 项为常数项，则 m 的值为（ ）。
A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

- 点 $M(5, 8)$ 关于直线 $x + y = 0$ 的对称点的坐标为（ ）。
A. $(-5, -8)$ B. $(-8, 5)$ C. $(-5, 8)$ D. $(-8, -5)$

- 已知空间四边形的各边相等，则顺次连接各边中点得到的四边形是（ ）。
A. 平行四边形 B. 菱形 C. 矩形 D. 正方形

二、填空题（本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。请将正确的答案填写在题中的横线上，不填、错填均不得分）

- 已知 $f(x) = \begin{cases} 2x+3, & x \in (-\infty, 0] \\ -2^x, & x \in (0, +\infty) \end{cases}$ ，则 $f[f(-1)] =$ _____。

- 函数 $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 2}$ 的值域是_____。

- 计算： $3^{\log_3 5} + \cos \pi + 2018^{\lg 1} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} + P_3^2 =$ _____。

- 若 $\log_3(\log_2 x) < 0$ ，则 x 的取值范围是_____。

- 设 $f(x) = a \sin x + bx^3 + 2$ ，若 $f(5) = 15$ ，则 $f(-5) =$ _____。

- 在等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_{15} = 10$ ， $a_{47} = 90$ ，则 $a_2 + a_4 + \cdots + a_{60} =$ _____。

- 设向量 $\vec{a} = (1, m)$ ， $\vec{b} = (2, 3 - m)$ ，若 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，则 $m =$ _____。

- 已知 $\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{3}$ ，则 $\sin \alpha =$ _____。

- 过点 $P(-1, 2)$ 与圆 $x^2 + y^2 = 5$ 相切的直线方程是_____。

- 若 $a = \ln 0.3$ ， $b = e^{0.3}$ ， $c = 0.3^e$ ，则 a 、 b 、 c 由小到大的顺序是_____。

- 直线经过点 $(3, 6)$ ，且与直线 $y = 3x + 1$ 垂直，则该直线方程为_____。

- 设直线 $a \parallel b$ ， $a \subseteq$ 平面 α ，则直线 b 与平面 α 的位置关系是_____。

- 已知 A 、 B 、 C 是 $\triangle ABC$ 的三个内角， $\vec{OM} = (\cos B, \sin C)$ ， $\vec{ON} = (\cos C, -\sin B)$ ，若 $\vec{OM} \cdot \vec{ON} = -\frac{1}{2}$ ，则角 $A =$ _____。

- 空间四边形 $ABCD$ 中， $AD = BC = 2$ ， E 、 F 分别是 AB 、 CD 的中点，若 $EF = \sqrt{2}$ ，

则 AD 、 BC 所成的角是_____.

30. 从 0、1、2、3、4 这 5 个数字中任取两个数字，取到两个数字和是偶数的概率是_____.

三、解答题（本大题共 7 小题，共 45 分）

31.（5 分）已知 $A = \{x | x^2 + (p+2)x + 1 = 0, x \in R\}$ ， $A \cap R^+ = \emptyset$ ，求实数 p 的取值范围.

32.（7 分）某酒店有客房 300 间，每间房租金为 20 元，每天都客满，如果每间租金每提高 2 元，客房便少租出 10 间，若不考虑其他因素，将房间租金提高到多少时，每天客房的收入最高？最高收入是多少元？

33.（7 分）在等差数列 $\{a_n\}$ 中，公差为 $d(d \neq 0)$ ， $S_{10}=110$ ，且 a_1 、 a_2 、 a_4 成等比数列.

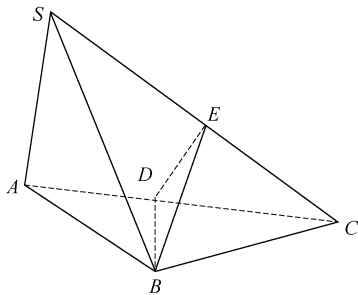
- (1) 证明： $a_1 = d$ ；
- (2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

34.（7 分）已知 $\vec{a} = (-1, \sin \theta)$ ， $\vec{b} = (\cos \theta, 2)$ ，且 $\vec{a} \perp \vec{b}$ 时，求 $3\cos^2(\pi + \theta) + 4\sin 2\theta$ 的值.

35.（6 分）经过点 $M(2,1)$ 作直线 l 交双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$ 于两点 A 、 B ，且 M 恰为线段 AB 的中点，求直线 l 的方程.

36.（7 分）已知 $\triangle ABC$ 是直角三角形， $AB \perp BC$ ， $AB=1$ ， $BC=\sqrt{2}$ ， $SA \perp$ 平面 ABC ， SB 与平面 ABC 所成角为 45° ， DE 垂直平分 SC ，且分别与 AC 、 SC 交于 D 、 E .

- (1) 求证： $SC \perp$ 平面 EDB
- (2) 求二面角 $E-BD-C$ 的大小.



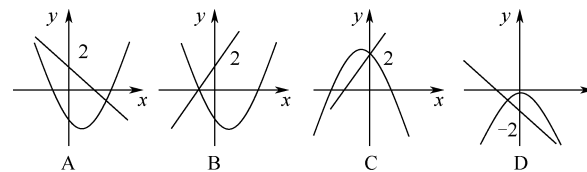
37.（6 分）从标有数字 1，2，3，4，5 的五张卡片中，任取 3 张，若取得奇数的个数为 ξ ，求随机变量 ξ 的概率分布.

普通高校对口招生考试实战模拟试题（十一）

数 学

一、选择题（本大题有 15 个小题，每小题 3 分，共 45 分。在每小题所给出的四个选项中，只有一个符合题目要求）

- 已知集合 $A = \{x | x^2 = 1\}$, $B = \{x | ax = 1\}$, 且 $B \subsetneq A$, 则 a 的值是 ().
A. 1 B. -1 C. 0 或 ± 1 D. ± 1
- 如果 a, b, c 满足 $c < b < a$ 且 $ac < 0$, 那么下列选项中不一定成立的是 ().
A. x B. $c(b-a) > 0$ C. $cb^2 < ab^2$ D. $ac(a-c) < 0$
- “ $x=y$ ” 是 “ $3^x=3^y$ ” 的 ().
A. 充要条件 B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件
- 下列函数中, 既是偶函数, 又是在 $(0, +\infty)$ 上单调递减的函数为 ().
A. $y = x^{-2}$ B. $y = x^{-1}$ C. $y = x^2$ D. $y = x^{\frac{1}{3}}$
- 函数 $y = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的图像可由函数 $y = 2\sin x$ 的图像 () 而得到.
A. 向左移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位 B. 向右移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位
C. 向左移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位 D. 向右移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位
- 设向量 $\vec{a} = (x, -3)$, $\vec{b} = (2, 4)$, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $\vec{a} - \vec{b} =$ ().
A. $(4, 1)$ B. $(4, -7)$ C. $(-8, -7)$ D. $(-4, -7)$
- 函数 $y = (\sin x + \cos x)^2 - 1$ 是 ().
A. 最小正周期为 2π 的奇函数 B. 最小正周期为 2π 的偶函数
C. 最小正周期为 π 的奇函数 D. 最小正周期为 π 的偶函数
- 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_3 + a_4 + a_9 + a_{14} + a_{15} = 10$, 则 $S_{17} =$ ().
A. 34 B. 68 C. 17 D. 51
- 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3 = -9$, $a_7 = -1$, 则 $a_5 =$ ().
A. 3 B. -3 C. 3 或 -3 D. -4
- 函数 $y = ax^2 + bx + c$ 与 $y = ax + 2$ 在同一直角坐标系下的图像可能是 ().



11. 中心在坐标原点, 一个焦点的坐标是 $(-3, 0)$, 一条渐近线方程是 $\sqrt{5}x - 2y = 0$ 的双曲线方程是 ().

- A. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$ B. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ C. $\frac{y^2}{12} - \frac{x^2}{3} = 1$ D. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{12} = 1$
12. 某段铁路共有 6 个车站, 共需准备 () 种不同的车票.
A. 12 B. 15 C. 30 D. 64
13. 在 $(x - \sqrt{3})^{10}$ 的展开式中含 x^6 的项的系数是 ().
A. $-17C_{10}^4$ B. $27C_{10}^4$ C. $-9C_{10}^4$ D. $9C_{10}^4$
14. 点 $M(-2, 5)$ 关于点 $(2, 6)$ 的对称点的坐标为 ().
A. $(6, 7)$ B. $(2, 7)$ C. $(-6, 4)$ D. $(6, -4)$
15. P 是三角形 ABC 所在的平面外一点, 若 PA, PB, PC 两两垂直, 且 P 在平面 ABC 内的射影 O 在 $\triangle ABC$ 的内部, 则点 O 是三角形的 ().
A. 内心 B. 外心 C. 重心 D. 垂心

二、填空题（本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。请将正确的答案填写在题中的横线上，不填、错填均不得分）

16. 已知 $f(x) = \begin{cases} \lg x, & x \in (0, +\infty) \\ 10^x, & x \in (-\infty, 0] \end{cases}$, 则 $f[f(-2)] =$ _____.
17. 函数 $f(x) = \log_2(5 + 4x - x^2) + \frac{1}{2^x - 8}$ 的定义域是 _____.
18. 计算: $(-8)^{\frac{1}{3}} + (\pi - 2)^{\lg 1} + \cos \pi + 2^{\log_2 3} =$ _____.
19. 函数 $y = \sqrt{\log_{0.3}(x-2)}$ 中, x 的取值范围是 _____.
20. 已知不等式 $ax^2 + bx + 6 < 0$ 的解集是 $(-3, 4)$, 则 $a+b$ 的值是 _____.
21. 设 $\{a_n\}$ 为等比数列, 若 $a_3 = 2$, 则此数列的前 5 项的积为 _____.
22. 已知正三角形 ABC 的边长是 2, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} =$ _____.
23. 函数 $y = \sin \frac{\pi x}{2} - \sqrt{3} \cos \frac{\pi x}{2}$ 的值域是 _____.
24. 过圆 $x^2 + y^2 = a^2 (a > 0)$ 上一点 $P(0, 2)$ 的切线方程为 _____.
25. 若 $a = \log_5 0.3$, $b = 5^{0.3}$, $c = 0.3^5$, 则 a, b, c 由大到小的顺序是 _____.
26. 方程 $\frac{x^2}{3-k} + \frac{y^2}{2+k} = 1$ 表示椭圆, 则 k 的取值范围为 _____.
27. 设直线 cm 是异面直线, 直线 $c \parallel a$, 直线 b 与直线 c 的位置关系是 _____.
28. 用数字 0, 1, 2, 3 可以组成无重复数字的四位偶数有 _____ 个.

29. H 是 $\triangle ABC$ 的垂心, PH 垂直平面 ABC , 则 PC 与 AB 所成的角是_____.

30. 从数字 1,2,3,4,5 中任取三个不同的数, 可以作为三角形三条边的概率是_____.

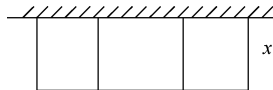
三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 45 分)

31. (5 分) 已知集合 $M = \{x | x^2 + x - 6 = 0\}$, $N = \{x | ax - 1 = 0\}$, 且 $M \cap N = N$, 求实数 a 的值.

32. (8 分) 在一面靠墙的空地上用 24 米的篱笆围成中间隔着有两道篱笆的长方形花圃. 设花圃的宽为 x 米, 面积为 S 平方米.

(1) 求 S 与 x 的函数关系式及自变量的取值范围;

(2) 当 x 取何值时所围成的花圃面积最大, 最大面积是多少?



33. (6 分) 等比数列 $\{a_n\}$ 满足: $\log_2 a_1 + \log_2 a_2 + \cdots + \log_2 a_{10} = 25$, 且 $q = 2$, 求 S_{10} .

34. (7 分) 已知函数 $f(x) = \sin x + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$, $x \in R$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期;

(2) 求 $f(x)$ 的最大值, 并求出取最大值时的 x 的值.

35. (6 分) 设椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $(0, 4)$, 离心率为 $\frac{3}{5}$.

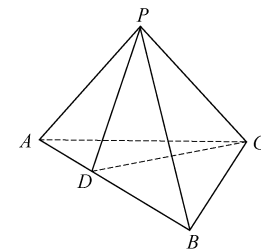
(1) 求 C 的方程;

(2) 求过点 $(3, 0)$ 且斜率为 $\frac{4}{5}$ 的直线被椭圆 C 所截线段的中点坐标.

36. (7 分) P 是 $\triangle ABC$ 所在平面外一点, PA, PB, PC 两两互相垂直, D 是 AB 边上任意一点.

(1) 求证: 平面 $PDC \perp$ 平面 PAB ;

(2) 若 $PA=3, PB=4, PC=5$, 则点 D 在怎样的位置时, $\triangle PDC$ 的面积最小? 最小面积是多少?



37. (6 分) 从一批产品中抽取 6 件产品进行检查, 其中 4 件一等品, 2 件二等品.

(1) 求从中任取一件为二等品的概率;

(2) 每次取 1 件, 有放回的取 3 次, 求取到二等品数 ξ 的概率分布.

普通高校对口招生考试实战模拟试题（十二）

数 学

一、选择题（本大题有 15 个小题，每小题 3 分，共 45 分。在每小题所给出的四个选项中，只有一个符合题目要求）

- 已知集合 $M = \{1, 5, 2a^2\}$, $N = \{6\sqrt{2}a - 9, 1, 5\}$, 若 $M=N$, 则 $a =$ ().
A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ B. 1 C. -1 D. 0
- 已知 $a, b, c \in \mathbb{R}$, 则下面选项中正确的是 ().
A. $a > b \Rightarrow am^2 > bm^2$ B. $\frac{a}{c} > \frac{b}{c} \Rightarrow a > b$
C. $a^3 > b^3, ab > 0 \Rightarrow a^{-1} < b^{-1}$ D. $a^2 > b^2, ab > 0 \Rightarrow a^{-1} < b^{-1}$
- 不等式 $\frac{x-1}{x-3} \geq 0$ 的解集为 ().
A. $\{x|x \leq 1\}$ B. $\{x|x \leq 1 \text{ 或 } x > 3\}$
C. $\{x|x \leq 1 \text{ 或 } x \geq 3\}$ D. $\{x|1 \leq x < 3\}$
- 下列各组函数中是同一函数的是 ().
A. $y=x, y=\frac{x^2}{x}$ B. $y=2x, y=x^2$ C. $y=x, y=\sqrt{x^2}$ D. $y=\sin x, y=\cos(\frac{\pi}{2}-x)$
- 如果 $0 < x < 1$, 那么 $5^x, \left(\frac{1}{5}\right)^x, \log_5 x$ 的大小顺序是 ().
A. $5^x > \left(\frac{1}{5}\right)^x > \log_5 x$ B. $\log_5 x > \left(\frac{1}{5}\right)^x > 5^x$
C. $\left(\frac{1}{5}\right)^x > 5^x > \log_5 x$ D. $\left(\frac{1}{5}\right)^x > \log_5 x > 5^x$
- 已知非零向量 \vec{a} 与向量 \vec{b} 是互为相反向量, 则下列结论中不正确的是 ().
A. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$ B. $\vec{a} - \vec{b} = \vec{0}$
C. \vec{a} 与 \vec{b} 是共线向量 D. \vec{a} 与 \vec{b} 长度相等
- 若 $\alpha \in [0, 2\pi]$, 则适合 $0 \leq \sin \alpha \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ 的 α 的范围是 ().
A. $[0, \frac{\pi}{6}]$ B. $[0, \frac{\pi}{3}]$ C. $[\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}]$ D. $[0, \frac{\pi}{3}] \cup [\frac{2\pi}{3}, \pi]$

- 函数 $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+2}$ 的单调区间是 ().
A. $[-2, +\infty)$ B. $(-\infty, -2)$
C. \mathbb{R} D. $(-\infty, -2) \cup (-2, +\infty)$

9. 已知 $\tan(\alpha + \beta) = 2$, $\tan(\alpha - \beta) = 4$, 则 $\tan 2\alpha =$ ().

- A. $-\frac{6}{7}$ B. $\frac{6}{7}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $-\frac{1}{8}$

10. 已知边长为 a 的菱形 $ABCD$, $\angle A = 60^\circ$, 将菱形沿对角线 BD 折成 120° 的二面角, 则 AC 的长为 ().

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ C. $\frac{3}{2}a$ D. $\sqrt{2}a$

11. 直线 l_1 与 l_2 关于 x 轴对称, l_1 的斜率是 $-\sqrt{7}$, 则 l_2 的斜率是 ().

- A. $\sqrt{7}$ B. $-\frac{\sqrt{7}}{7}$ C. $\frac{\sqrt{7}}{7}$ D. $-\sqrt{7}$

12. 两等差数列 $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$ 的前 n 项和的比 $\frac{S_n}{S'_n} = \frac{5n+3}{2n+7}$, 则 $\frac{a_5}{b_5}$ 的值是 ().

- A. $\frac{28}{17}$ B. $\frac{48}{25}$ C. $\frac{53}{27}$ D. $\frac{23}{15}$

13. 若从 6 名志愿者中送出 4 人分别从事翻译、导游、导购、保洁四份工作, 则选派方案共有 () 种.

- A. 180 B. 360 C. 15 D. 30

14. 甲乙两人下棋, 甲获胜的概率为 0.2, 两人下成和棋的概率为 0.35, 那么甲不输的概率为 ().

- A. 0.2 B. 0.35 C. 0.55 D. 0.65

15. 焦点在 $(-1, 0)$, 顶点在 $(1, 0)$ 的抛物线方程是 ().

- A. $y^2 = 8(x-1)$ B. $y^2 = -4(x+1)$
C. $y^2 = 4(x+1)$ D. $y^2 = -8(x-1)$

二、填空题（本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。请将正确的答案填写在题中的横线上，不填、错填均不得分）

16. 已知 $f(x) = \frac{1}{5}x + 3$, $g(x) = 2x^2$, 则 $f[g(x)] =$ _____.

17. $f(\log_3 x) = x$, 则 $f(3) =$ _____.

18. 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{\log_1 x}}$ 的定义域是 _____.

19. 已知 $|\vec{a}| = \frac{1}{2}$, $|\vec{b}| = 4$ 且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = -\sqrt{3}$, 则 $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle =$ _____.

20. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 \cdot a_9 = 64$, $a_3 + a_7 = 20$, 则 $a_{11} =$ _____.

21. 直线 l 经过两点 $(1, -2)$, $(-3, 4)$, 则该直线的方程是 _____.

22. 与双曲线 $x^2 - 2y^2 = 2$ 有公共渐近线, 且过点 $M(2, -2)$ 的双曲线为 _____.

23. 在 $(0, 2\pi)$ 内满足 $\sqrt{\cos^2 x} = -\cos x$ 的 x 的取值范围_____.

24. 三条直线 $l_1: x+y+a=0$, $l_2: x+ay+1=0$, $l_3: ax+y+1=0$ 能构成三角形, 求实数 a 的取值范围_____.

25. $\cos 10^\circ \cos 20^\circ \cos 40^\circ =$ _____.

26. S 是正三角形 ABC 所在平面外的一点, $SA=SB=SC$, 且 $\angle ASB = \angle BSC = \angle CSA = \frac{\pi}{2}$,

M 、 N 分别是 AB 和 SC 的中点. 求异面直线 SM 与 BN 所成角的余弦值_____.

27. 碗里放了大小相同的 3 颗红豆, 2 颗黄豆, 4 颗黑豆, 小明从中任意取出 1 颗, 取出红豆或黄豆的概率为_____.

28. 化简求值: $\log_5 8 \cdot \log_{32} 25 + (-3)^{\lg 1} - (0.25)^{\frac{1}{2}} =$ _____.

29. $6^{2x} - 6^{x+1} = 0$ 的解是_____.

30. 在 $(1-x)^{11}$ 展开式中, 含 x 奇次项的系数和等于_____.

三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 45 分)

31. 设集合 $A = \{(x, y) | y = 2x - 1, x \in \mathbb{N}^*\}$, $B = \{(x, y) | y = ax^2 - ax + a, x \in \mathbb{N}^*\}$, 问是否存在非零整数 a , 使 $A \cap B \neq \emptyset$? 若存在, 请求出 a 的值; 若不存在, 说明理由.

32. 解下列关于 x 的不等式: $32x^2 + 4ax < a^2$.

33. 知数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 = 5$. 前 n 项和为 S_n 且 $S_{n+1} = 2S_n + n + 5$ ($n \in \mathbb{N}^*$). 证明: 数列 $\{a_n + 1\}$ 是等比数列.

34. 已知函数 $f(x) = \sin(\pi - \omega x) \cos \omega x + \cos^2 \omega x$ ($\omega > 0$) 的最小正周期为 π .

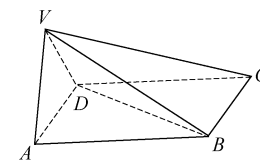
(1) 求 ω 的值;

(2) 将函数 $y = f(x)$ 的图像上各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$, 纵坐标不变, 得到函数 $y = g(x)$ 的图像, 求函数 $y = g(x)$ 在区间 $\left[0, \frac{\pi}{16}\right]$ 上的最小值.

35. 如图, 在四棱锥 $V-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是正方形, 侧面 VAD 是正三角形, 平面 $VAD \perp$ 底面 $ABCD$.

(1) 证明: $AB \perp$ 平面 VAD ;

(2) 求面 VAD 与面 VDB 所成的二面角的大小.



36. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(-1, 0)$ 、 $B(1, 0)$, 动点 C 满足条件: $\triangle ABC$ 的周长为 $2 + 2\sqrt{2}$. 动点 C 的轨迹为曲线 W .

(1) 求 W 的方程;

(2) 经过点 $(0, \sqrt{2})$ 且斜率为 k 的直线 l 与曲线 W 有两个不同的交点 P 和 Q , 求 k 的取值范围;

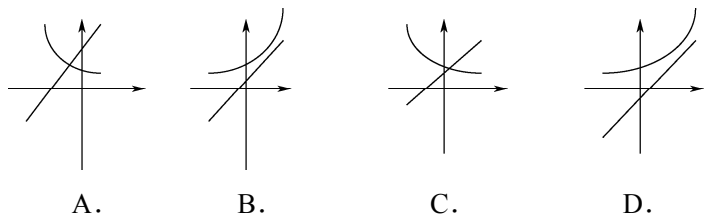
37. 已知 $(x\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}})^n$ 的二项式系数之和为 128, 求含 x^5 的项.

普通高校对口招生考试实战模拟试题（十三）

数 学

一、选择题（本大题有 15 个小题，每小题 3 分，共 45 分。在每小题所给出的四个选项中，只有一个符合题目要求）

- 已知全集 $U = \{x | 1 < x < 10\}$, $A = \{x | 2 < x < 5\}$, $B = \{x | 6 < x < 9\}$, 则 $C_U A \cap C_U B =$ ().
A. $[1, 2]$ B. $(5, 6)$
C. $(1, 2) \cup [5, 6] \cup [9, 10)$ D. $(1, 10)$
- 下列关系中正确的是 ().
A. $(\frac{1}{2})^\pi < (\frac{1}{2})^{3.15}$ B. $3.15^{\frac{1}{3}} > 3.15^{\frac{1}{2}}$
C. $\log_{0.5} \pi > \log_{0.5} 3.15$ D. $\pi^{\lg 0.5} < \pi^{\lg \frac{1}{3}}$
- 已知 $a, b, c \in R$, 命题甲: $a > b$, 命题乙: $ac^4 > bc^4$ 则 ().
A. 甲是乙的充分条件, 但不是必要条件
B. 甲是乙的必要条件, 但不是充分条件
C. 甲是乙的充要条件
D. 甲既不是乙的充分条件, 也不是乙的必要条件
- 在同一直角坐标系中, 函数 $y = x + a$ 与函数 $y = a^x$ 的图象可能是 ().



- 函数 $f(x+1) = x^2 + 2x$, 则 $f(-2) =$ ().
A. 0 B. 3 C. -1 D. 8
- 若 $\log_a \frac{2}{3} < 1$ 时, a 的取值范围是 ().
A. $0 < a < \frac{2}{3}$ B. $a > \frac{2}{3}$ C. $\frac{2}{3} < a < 1$ D. $0 < a < \frac{2}{3}$ 或 $a > 1$
- 函数 $y = \sin(x + \frac{\pi}{6})$ 的图象可由函数 $y = \sin x$ 的图象 () 而得到.

- 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位 B. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位
C. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位 D. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位

- 设 α 为第三象限的角, 若 $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$, 则 $\cos \alpha$ 的值是 ().

- $-\frac{5}{3}$ B. $-\frac{3}{5}$ C. $-\frac{4}{5}$ D. $-\frac{5}{4}$

- 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 且 $S_5 = 28$, $S_{10} = 36$, 那么 $S_{15} =$ ().

- 44 B. 80 C. -48 D. 24

- 已知向量 $\vec{a} = (-2, 3)$, $\vec{b} = (1, 5)$, 则 $3\vec{a} + \vec{b} =$ ().

- (5, 14) B. (-5, 14) C. (5, -14) D. (-5, 9)

- 某一天上午要排语文, 数学, 体育, 计算机四节课, 其中体育不排在第一节, 那么这天上午课程表的不同排法种数是 ().

- 6 B. 9 C. 18 D. 24

- 已知点 $P_1(1, -4)$, $P_2(3, 2)$, 那么以 P_1P_2 为直径的圆的方程是 ().

- $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 10$ B. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 10$
C. $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 40$ D. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 40$

- 在相同环境下, 某人投篮的命中率都是 0.8, 则其投篮 10 次恰有 8 次命中的概率是 ().

- $C_{10}^2 0.8^2 0.2^8$ B. $C_{10}^2 0.8^8 0.2^2$ C. $C_{10}^8 0.8^8 0.2^2$ D. $C_{10}^8 0.8^2 0.2^8$

- 顺次连接空间四边形各边中点所成的四边形是正方形, 则原空间四边形的两条对角线 ().

- 不相等但垂直 B. 相等但不垂直
C. 相等且垂直 D. 不相等且不垂直

- 若 $(1+2x)^n$ 展开式中含 x^3 的项的系数等于含 x 的项的系数的 8 倍, 则 n 等于 ().

- 5 B. 7 C. 9 D. 11

二、填空题（本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。请将正确的答案填写在题中的横线上，不填、错填均不得分）

- 函数 $y = \sqrt{x^2 - 2x - 3}$ 的定义域是_____.
- 不等式 $\frac{x-1}{1-2x} > 0$ 的解集是_____.
- 函数 $y = \sin x + \cos x$ 的最大值为_____, 最小正周期为_____.
- 二次函数 $y = 3x^2 + 2(a-1)x + b$ 在 $(-\infty, 1]$ 上是减函数, 在 $[1, +\infty)$ 上是增函数, 则 $a =$ _____.
- $\sin 75^\circ + \cos 75^\circ =$ _____.
- 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 7n^2 - 8n$, 则 $a_{100} =$ _____.
- 若 $3\sin \alpha + 4\cos \alpha = 0$, 则 $\tan 2\alpha =$ _____.
- $3^{\log_3 5} + (2005)^0 - (\frac{1}{4})^{-\frac{1}{2}} + \sin \frac{7\pi}{6} =$ _____.

24. 平面直角坐标系中, \vec{a} 的坐标为 $(2, -1)$, \vec{b} 的坐标为 $(-1, -2)$, 则 $|2\vec{a} + \vec{b}| =$ _____; $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____.

25. 已知双曲线 $8kx^2 - ky^2 = 8$ 的一个焦点坐标为 $(0, 3)$, 则 $k =$ _____.

26. 椭圆 $\frac{(x-1)^2}{25} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1$ 的离心率是 _____.

27. 3 名司机和 6 名售票员分别上了 3 辆公共汽车, 每辆车 1 名司机, 2 名售票员, 则共有 _____ 种上车的方法.

28. 在 45° 的二面角的一个面内有一条直线与二面角的棱成 45° 角, 则此直线与二面角的另一个面所成的角为 _____.

三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 45 分)

29. 解不等式 $\log_3(x^2 - 8) > \log_3(-2x)$.

30. 已知 $\cos(\alpha + \beta) = \frac{1}{3}$, $\cos(\alpha - \beta) = \frac{1}{5}$, 求 $\tan \alpha \tan \beta$ 的值.

31. 已知 $\vec{OA} = (2, -1)$, $\vec{AB} = (6, n)$, $\vec{OB} = (2m, m)$, 求 $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$.

32. 某超市销售一批羽绒服, 平均每天可售 20 件, 每件盈利 40 元, 为扩大销售增加盈利, 超市决定适当降价, 如果每件羽绒服降价 1 元, 平均每天可多售出 2 件, 如果超市要保证平均每天要盈利 1200 元, 同时又要顾客得到实惠, 那么每件羽绒服应降价多少元?

33. 某种有奖销售的饮料, 瓶盖内印有“奖励一瓶”或“谢谢购买”字样, 购买一瓶若其瓶盖内印有“奖励一瓶”字样即为中奖, 中奖概率为 $\frac{1}{6}$. 甲、乙、丙三位同学每人购买了一瓶该饮料.

(1) 求甲中奖且乙、丙都没有中奖的概率;

(2) 求中奖人数 ξ 的分布列.

34. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 以该椭圆上的点和椭圆的左、右焦点 F_1, F_2 为顶点的三角形的周长为 $4(\sqrt{2} + 1)$, 一等轴双曲线的顶点是该椭圆的焦点, 设 P 为该双曲线上异于顶点的任一点, 直线 PF_1 和 PF_2 与椭圆的交点分别为 A, B 和 C, D .

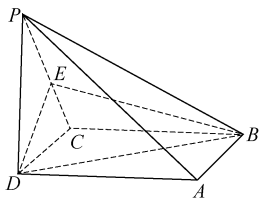
(1) 求椭圆和双曲线的标准方程;

(2) 设直线 PF_1 、 PF_2 的斜率分别为 k_1 、 k_2 , 证明: $k_1 \cdot k_2 = 1$;

35. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是正方形, 侧棱 $PD \perp$ 底面 $ABCD$, $PD = DC$, E 是 PC 的中点.

(1) 证明: $PA \parallel$ 平面 EDB ;

(2) 求 EB 与底面 $ABCD$ 所成的角的正切值.

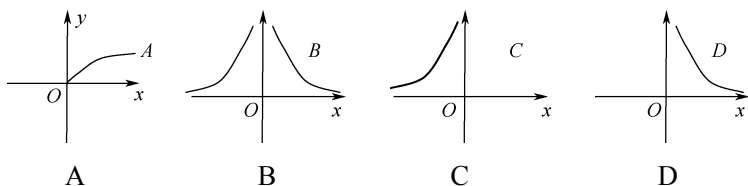


普通高校对口招生考试实战模拟试题（十四）

数 学

一、选择题（本大题有 15 个小题，每小题 3 分，共 45 分。在每小题所给出的四个选项中，只有一个符合题目要求）

1. 设集合 $A = \{x | -2 < x < 3\}$, $B = \{x | x > 1\}$, 则集合 $A \cap B$ 等于 ().
A. $\{x | 1 < x < 3\}$ B. $\{x | -2 < x < 3\}$ C. $\{x | x > 1\}$ D. $\{x | x > -2\}$
2. 已知 $a > b > c$, 则下列式子一定成立的是 ().
A. $ac > bc$ B. $|ac| > |bc|$ C. $ac^2 > bc^2$ D. $b(a-b) > c(a-b)$
3. 条件 $\log_a^x = \log_a^y$ 是 $x = y$ 成立的 ().
A. 充分条件 B. 必要条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要
4. 函数 $y = x^{-\frac{3}{4}}$ 的图象是 ().



5. 设函数 $f(x) = \frac{m}{x} + m (x \neq 0)$ 且 $f(1) = 2$, 则 $f(2) =$ ().
A. 0 B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. 2
6. 函数 $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$ 的值域是 ().
A. $[0, +\infty)$ B. $[2, +\infty)$ C. $[4, +\infty)$ D. $(-\infty, +\infty)$
7. 函数 $f(x) = x^2 + 2(a-1)x + 2$ 在区间 $(-\infty, 4)$ 上是减函数, 那么实数 a 的取值范围是 ().
A. $a \leq -3$ B. $a \geq 3$ C. $a \leq 5$ D. $a = -3$
8. 设 α 为第三象限的角, 若 $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$, 则 $\cos \alpha$ 的值是 ().
A. $-\frac{5}{3}$ B. $-\frac{3}{5}$ C. $-\frac{4}{5}$ D. $-\frac{5}{4}$
9. 函数 $y = \cos^2(\omega x)$ 的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$, 则 ω 等于 ().

- A. 4 B. 2 C. 1 D. $\frac{1}{2}$

10. 设向量 $\vec{a} = (1, 3)$, $\vec{b} = (4, -2)$, 若 $\vec{a} + \vec{b}$ 与 $k\vec{a} + \vec{b}$ ($k \in R$) 垂直, 则 $k =$ ().
A. $-\frac{9}{4}$ B. $-\frac{8}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. -2
11. 函数 $y = x^2$ 的图像平移向量 \vec{a} 得到函数 $y = (x+1)^2 + 2$, 则 $\vec{a} =$ ().
A. $(1, -2)$ B. $(-1, 2)$ C. $(1, 2)$ D. $(-1, -2)$
12. 等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_3 = -9$, $a_7 = -1$, 则 a_5 的值为 ().
A. 3 或 -3 B. 3 C. -3 D. 不存在
13. 某天要排语文、数学、体育、英语、化学、生物 6 节课, 且体育不排在第一节, 数学不排在最后一节, 则不同排法共有 () 种.
A. 480 B. 560 C. 720 D. 504
14. 甲、乙两队进行篮球赛, 甲队每场胜的概率为 0.6, 如果两队赛 3 场, 甲队恰胜 2 场的概率为 ().
A. 0.6^2 B. $0.6^2 \times 0.4$ C. $3 \times 0.6^2 \times 0.4$ D. $3 \times 0.6^2 \times 0.4^2$
15. 在 45° 的二面角的一个平面内有一点, 它到另一个平面的距离是 10, 则它到棱的距离是 ().
A. $10\sqrt{2}$ B. $5\sqrt{2}$ C. $10\sqrt{3}$ D. 20

二、填空题（本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。请将正确的答案填写在题中的横线上，不填、错填均不得分）

16. 平行线 $2x + y - 6 = 0$ 与 $4x + 2y + 7 = 0$ 间的距离为_____.
17. 等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 + a_4 + a_7 = 39$, $a_2 + a_5 + a_8 = 33$, 则 $a_3 + a_6 + a_9 =$ _____.
18. 过点 $(1, -3)$ 且与直线 $x + 2y + 4 = 0$ 的夹角为 45° 的直线方程为_____.
19. 已知一元二次不等式 $x^2 + ax + b < 0$ 的解集是 $(-3, 4)$, 则 $a + b =$ _____.
20. 求值 $|\log_3 5 - 2| + \log_9 25 + \left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{1}{5}} =$ _____.
21. 函数 $y = \sin(x - \frac{\pi}{12})\cos(x + \frac{\pi}{12}) + \cos(x - \frac{\pi}{12})\sin(x + \frac{\pi}{12})$ 的最小正周期_____.
22. 已知 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 5 & x \geq 0 \\ 3 + x^2 & x < 0 \end{cases}$, 求 $f[f(2)] =$ _____.
23. 若 a, b, c 是三角形的三边, 且满足 $(a+b+c)(a+b-c) = 3ab$, 那么 c 边所对角的正切值为_____.
24. 已知 $\tan(\alpha + \beta) = \frac{2}{5}$, $\tan(\beta - \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{4}$, 则 $\tan(\alpha + \frac{\pi}{4}) =$ _____.
25. 设 O 为坐标原点, 已知平行四边形 $ABCD$ 的顶点 $A(1, -2)$, $B(3, 0)$, $D(2, 1)$, 则向量 \overrightarrow{OC} 的坐标为_____.
26. 不等式 $1 < |x - 3| \leq 3$ 的解集为_____.

27. 已知: $\lg a$ 和 $\lg b(a>0, b>0)$ 是方程 $x^2-2x-4=0$ 的两个不相等实根, 则 $a \cdot b =$ _____.

28. 号码为 1, 2, 3, 4 的四个小球, 放入编号为一、二、三、四的四个盒子中, 每盒放一球, 并且 1 号球不能放入编号为一的盒子, 则不同的方法有_____种.

29. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 O 为 $A_1B_1C_1D_1$ 的中心, 那么异面直线 BO 与 AD 所成角的余弦值为_____.

30. $(1-x)^{10}$ 的展开式的第六项的系数是_____.

三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 45 分)

31. 已知 $\lg a, \lg b$ 是方程 $2x^2-4x+1=0$ 的两个实根, 求 $(\lg \frac{a}{b})^2$ 的值.

32. 化简: $\sin 80^\circ - \sqrt{3} \cos 80^\circ - 2 \sin 20^\circ$.

33. 某种图书的定价为每本 10 元, 预计售出总量为 10000 册. 经过市场分析, 如果每本价格上涨 $x\%$, 售出总量将减少 $0.5x\%$, 问 x 为何值时, 这种书的销售金额最大? 最大销售金额为多少?

34. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $s_n = -2n^2 - n$.

(1) 求通项 a_n 的表达式.

(2) 求证 $\{a_n\}$ 中的 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 是一个等差数列.

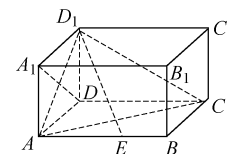
(3) 求 $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{25}$ 的值.

35. 求 m 的取值范围, 使得函数 $y = \log_a[x^2 + (m-1)x + \frac{m}{4}]$ 的定义域为全体实数.

36. 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AD=AA_1=1, AB=2$, 点 E 在棱 AB 上.

(1) 证明: $D_1E \perp A_1D$;

(2) 当 E 为 AB 的中点时, 求点 E 到面 ACD_1 的距离.



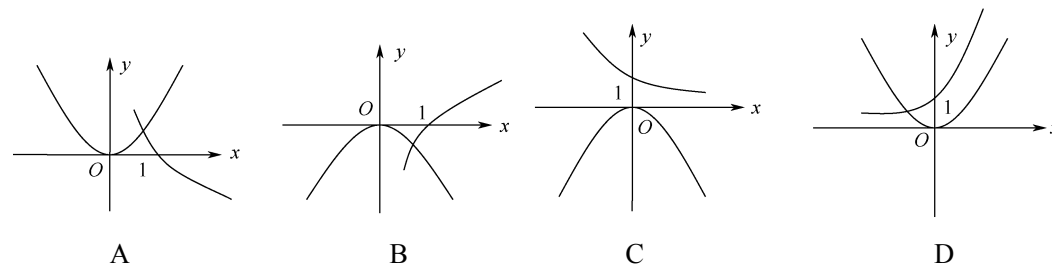
37. 某射手有 5 发子弹, 射击一次命中概率为 0.9, 如果命中就停止射击, 否则一直到子弹用尽, 求耗用子弹数 ξ 的分布列.

普通高校对口招生考试实战模拟试题（十五）

数 学

一、选择题（本大题有 15 个小题，每小题 3 分，共 45 分。在每小题所给出的四个选项中，只有一个符合题目要求）

- 设集合 $M=\{1\}$, $S=\{1,2\}$, $P=\{1,2,3\}$, 则 $(M \cup S) \cap P$ 等于 ().
A. $\{1,2,3\}$ B. $\{1,2\}$ C. $\{1\}$ D. $\{3\}$
- 如果 $a>b$, $c>d$, 则一定有 ().
A. $a>b+c-d$ B. $a>c+d-b$ C. $a>b-c+d$ D. $b>a-c+d$
- 下列不等式中与 $\frac{x-3}{2-x} \geq 0$ 同解的是 ().
A. $(x-3)(2-x) \geq 0$ B. $\lg(x-2) \leq 0$
C. $\frac{2-x}{x-3} \geq 0$ D. $(x-3)(2-x) < 0$
- 下列各组函数中是同一函数的是 ().
A. $y=x$, $y=\frac{x^2}{x}$ B. $y=2x$, $y=x^2$
C. $y=x$, $y=\sqrt{x^2}$ D. $y=\sin x$, $y=\cos(\frac{\pi}{2}-x)$
- 如果 $0<x<1$, 那么 2^x , $(\frac{1}{2})^x$, $\log_2 x$ 的大小顺序是 ().
A. $2^x > (\frac{1}{2})^x > \log_2 x$ B. $\log_2 x > (\frac{1}{2})^x > 2^x$
C. $(\frac{1}{2})^x > 2^x > \log_2 x$ D. $(\frac{1}{2})^x > \log_2 x > 2^x$
- 已知 \vec{a} 的坐标为 $(1, x)$, \vec{b} 的坐标为 $(-8, -1)$ 且 $\vec{a} + \vec{b}$ 与 $\vec{a} - \vec{b}$ 互相垂直, 则 ().
A. $x = -8$ B. $x = \pm 8$ C. $x = 8$ D. x 不存在
- 如果 $\cos(3\pi - \alpha) = \frac{4}{5}$, 且 α 是第二象限角, 则 $\sin 2\alpha =$ ().
A. $-\frac{24}{25}$ B. $\frac{24}{25}$ C. $-\frac{12}{25}$ D. $\frac{7}{25}$
- 在同一直角坐标系内, 函数 $y = -ax^2$ 与 $y = \log_a x$ 的图像可能是 ().



- 把函数 $y = \sin x$ 的图象向左或向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位, 得到的函数是 ().
A. $y = \cos x$ B. $y = -\cos x$ C. $y = |\cos x|$ D. $y = \cos x$ 或 $y = -\cos x$
- 已知边长为 a 的菱形 $ABCD$, $\angle A = 60^\circ$, 将菱形沿对角线 BD 折成 120° 的二面角, 则 AC 的长为 ().
A. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ C. $\frac{3}{2}a$ D. $\sqrt{2}a$
- 如果直线 $y = ax + 2$ 与直线 $y = 3x - b$ 关于直线 $y = x$ 对称, 那么 ().
A. $a = \frac{1}{3}, b = 6$ B. $a = \frac{1}{3}, b = -6$ C. $a = 3, b = -2$ D. $a = 3, b = 6$
- 已知正数 x, y, z 成等比数列, $a > 0$, 且 $a \neq 1$, 则 $\log_a x, \log_a y, \log_a z$ 组成的数列 ().
A. 是等比数列 B. 是等差数列
C. 既是等比数列又是等差数列 D. 既不是等比数列又不是等差数列
- 四位同学每人手中各拿一封家信投向校内放置的三个邮箱, 则投法的种数是 ().
A. C_4^3 B. P_4^3 C. 3^4 D. 4^3
- 在人寿保险中, 假如一个投保人活到 65 岁的概率为 0.6, 那么三人投保中有 2 个活到 65 岁的概率是 ().
A. $C_3^0 0.6^0 0.4^3$ B. $C_3^1 0.6^1 0.4^2$ C. $C_3^2 0.6^2 0.4^1$ D. $C_3^3 0.6^3 0.4^0$
- 在二项式 $(x+2)^n$ 的展开式中, 第 3 项的系数是 ().
A. C_n^2 B. C_n^3 C. $4C_n^2$ D. $8C_n^3$

二、填空题（本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。请将正确的答案填写在题中的横线上，不填、错填均不得分）

- 函数 $f(x) = \begin{cases} -6, & x \in (-\infty, 0) \\ 3, & x \in (0, \infty) \end{cases}$, 当 $x = -5$ 时的函数值是_____.
- 求值: $|\log_3 5 - 2| + \log_9 25 + (\frac{1}{32})^{-\frac{1}{5}} =$ _____.
- 函数 $y = \sqrt{\lg x}$ 的定义域是_____.
- 函数 $y = 2(\sin^2 x - \cos^2 x)$ 的最小正周期是_____.
- 等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_{17} = 10$, $a_{45} = 90$, 则 $a_2 + a_4 + \dots + a_{60} =$ _____.
- 直线 $3x - 4y - 3 = 0$ 与直线 $6x - 8y + 5 = 0$ 间的距离是_____.
- 抛物线 C 的焦点坐标是 $(3, -2)$, 平移坐标轴后, C 的标准方程是 $y^2 = 4x$. 平移前 C 的方程是_____.

23. 等腰直角三角形 ABC , $\angle C = 90^\circ$, $AC=BC=1$, 沿 AB 边上的高 CD 将该等腰直角三角形折成 30° 二面角后, 则 AB 的长为_____.

24. 与双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ 有共同的渐进线, 且经过点 $P(3\sqrt{2}, -4)$ 的双曲线方程是_____.

25. $\frac{\sin 23^\circ \cos 23^\circ \cos 46^\circ}{\cos 2^\circ} =$ _____.

26. $\triangle ABC$ 中, $a=4$, $b=4\sqrt{3}$, $c=8$, $\angle B =$ _____.

27. 3 名司机和 6 名售票员分别上了 3 辆公共汽车, 每辆车 1 名司机, 2 名售票员, 则共有_____种上车的方法.

28. 在三角形 ABC 中, 已知 $B(-2, 0), C(2, 0)$, 且其周长为 10, 则顶点 A 的轨迹方程为_____.

29. 在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 A 到平面 BB_1D_1D 的距离是_____.

30. 如果 10 件产品中有 2 件次品, 任意抽出 3 件至少有一件次品的概率为_____.

三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 45 分)

31. 设集合 $P = \{x | x^2 - 5x + 6 < 0\}$, $Q = \{x | x - a < 0\}$.

(1) 若 $P \cap Q = \Phi$, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若 $P \subseteq Q$, 求实数 a 的取值范围.

32. 某旅行社组织职业学校的学生去实践基地参观, 旅行社租车的基本费用是 1500 元, 最多容纳 60 人. 如果把每人的收费标准定为 90 元, 则只有 35 人参加, 高于 90 元, 则无人参加; 如果收费标准每优惠 2 元, 参加的人数就增加 1 人, 求收费标准定为多少时, 旅行社获得利润最大, 最大利润是多少?

33. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $\frac{\cos A - 2\cos C}{\cos B} = \frac{2c - a}{b}$.

(1) 求 $\frac{\sin C}{\sin A}$ 的值; (2) 若 $\cos B = \frac{1}{4}$, $\triangle ABC$ 的周长为 5, 求 b 的长.

34. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_3 = 7$, $a_5 + a_7 = 26$. $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n .

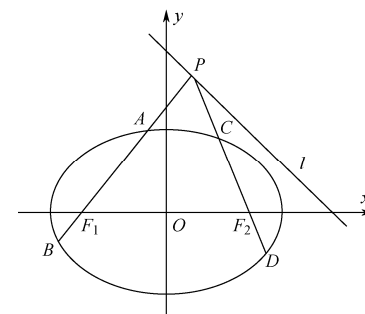
(1) 求 a_n 及 S_n ;

(2) 令 $b_n = \frac{1}{a_n^2 - 1}$ ($n \in N^+$), 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

35. 如图, 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 过点 $(1, \frac{\sqrt{2}}{2})$, 离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 P 为直线 $l: x + y = 2$ 上且不在 x 轴上的任意一点, 直线 PF_1 和 PF_2 与椭圆的交点分别为 A, B 和 C, D , O 为坐标原点.

(1) 求椭圆的标准方程;

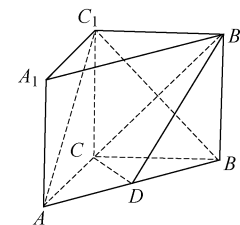
(2) 设直线 PF_1, PF_2 的斜率分别为 k_1, k_2 , 证明: $\frac{1}{k_1} - \frac{3}{k_2} = 2$.



36. 如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AC=3$, $BC=4$, $AB=5$, $AA_1=4$, 点 D 是 AB 的中点.

(1) 求证: $AC \perp BC_1$; (2) 求证: $AC_1 \parallel$ 平面 CDB_1 ;

(3) 求异面直线 AC_1 与 B_1C 所成角的余弦值.



37. 某家具城进行促销活动, 促销方案是: 顾客每消费 1000 元, 便可以获得奖券一张, 每张奖券中奖的概率为 $\frac{1}{5}$, 若中奖, 则家具城返还顾客现金 200 元. 某顾客购买一张价格为 3400 元的餐桌, 得到 3 张奖券.

(1) 求家具城恰好返还该顾客现金 200 元的概率;

(2) 求家具城至少返还该顾客现金 200 元的概率.

参考答案

普通高校对口招生考试实战模拟试题（一）

一、选择题

1. D 2. C 3. C 4. B 5. B 6. C 7. C 8. A 9. D 10. B
11. C 12. D 13. B 14. A 15. C

二、填空题

16. $(-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$ 17. $2x - 3y - 1 = 0$ 18. $\left(-\infty, -\frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty)$ 19. 1991 20. -3
21. $y = 4^{x^2+2x+4} - 1$ 22. 36 23. $\frac{9}{10}$ 24. $5\sqrt{5}$ 25. 4 26. 90° 27. 18 28. 四
29. $x = -1$ 或 1 30. $y = \frac{2}{3}x$ 或 $y = -x + 5$

三、解答题

31. 解：由题意可得 $\begin{cases} x-1 > 0 \\ 9-x^2 > 0 \end{cases}$

$$\text{解得} \begin{cases} x > 1 \\ 3 > x > -3 \end{cases}$$

即 $x \in (1, 3)$

32. 解：由题意可得 $(\sin a - \cos a)^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

$$1 - 2\sin a \cos a = \frac{1}{2}$$

$$\sin a \cos a = \frac{1}{4}, \text{ 又因为 } a \in (-\pi, 0),$$

所以 a 在第三象限, $\sin a$ 、 $\cos a$ 同为负值

$$\sin a + \cos a = -\sqrt{(\sin a - \cos a)^2 + 4\sin a \cos a} = -\sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 4 \times \frac{1}{4}} = -\frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\sin^2 a - \cos^2 a = (\sin a - \cos a)(\sin a + \cos a) = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \left(-\frac{\sqrt{6}}{2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

33. 解：设原计划第 1 个月生产 x 辆汽车, 第二个月生产 $x+a$ 辆, 第三个月生产 $x+2a$ 辆, 则实际上第二个月生产 $x+a+10$ 辆, 第三月生产 $x+2a+25$ 辆, 有

$$\begin{cases} (x+a+10)^2 = x(x+2a+25) \\ (x+2a+25)+10 = \frac{1}{2}(3x+3a) \end{cases}$$

解得: $a=10, x=80$

答: 该厂第一季度共生产汽车 80 辆.

34. 解: 设 D 点坐标为 (x, y) , 则有 $\overline{AD} = \overline{BC}$, 即 $(x, y) - (-1, 0) = (3, -2) - (-1, -4)$

$$\text{解得} \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases} \text{ 即 } D \text{ 的坐标是 } (3, 2)$$

$$E \text{ 点坐标为 } \frac{1}{2}((3, 2) + (-1, 0)) = (1, 1)$$

$$\overline{EC} \text{ 坐标为 } (3, -2) - (1, 1) = (2, -3)$$

$$\overline{ED} \text{ 坐标为 } (3, 2) - (1, 1) = (2, 1)$$

$$\overline{EC} \cdot \overline{ED} = (2, -3) \cdot (2, 1) = 1$$

35. 证明: 由题意可知, $S_n = 2^n - 1$

$$a_1 = S_1 = 1$$

$$a_n = S_n - S_{n-1} = (2^n - 1) - (2^{n-1} - 1) = 2^{n-1}, (n \geq 2)$$

$$\text{则有 } a_2 = 2, a_{n-1} = 2^{n-2}$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_n}{a_{n-1}} = 2$$

符合等比数列定义, 故数列 $\{a_n\}$ 为等比数列

36. 解: (1) 作 $AM \perp PQ$ 于 M , 连接 MB ,

$$\because \angle ACP = \angle BCP, AC = BC, CM \text{ 为公共边}, \therefore \triangle ACM \cong \triangle BCM$$

$$\text{又} \because AM \perp PQ, \therefore BM \perp PQ, \text{ 又} \because AM \perp PQ,$$

$$\therefore PQ \perp \text{平面 } AMB, \text{ 又} \because AB \text{ 在平面 } AMB \text{ 内}, \therefore AB \perp PQ.$$

(2) 过 B 点作 $BN \perp AM$ 于 N ,

$$\because PQ \perp \text{平面 } AMB, BN \text{ 在平面 } AMB \text{ 内}, \therefore PQ \perp BN, \angle AMB \text{ 为二面角 } \alpha - PQ - \beta \text{ 的平面角, 即 } \angle AMB = 60^\circ.$$

$$\text{又} \because BN \perp AM, \therefore BN \perp \text{平面 } \alpha, \therefore BN \text{ 的长即为所求.}$$

$$\triangle BMN \text{ 中}, BM = \frac{1}{2}a, \angle BMN = 60^\circ,$$

$$\therefore BN = \frac{1}{2}a \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4}a.$$

37. 解: (1) 由已知假设椭圆方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, (a^2 > b^2)$

$$b = 2, b^2 = 4, c^2 = a^2 - 4.$$

$$\text{离心率 } e = \frac{\sqrt{a^2 - 4}}{\sqrt{a^2}} = \frac{\sqrt{5}}{3}, \text{ 解得 } a^2 = 9, c^2 = 5$$

$$\text{该椭圆的标准方程为 } \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$$

(2) 设直线方程为 $y - 1 = k(x - 1)$, 两交点为 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$

$$\text{整理, 得 } y = kx - k + 1$$

$$\text{联立方程组} \begin{cases} \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1 \\ y = kx - k + 1 \end{cases}$$

②式代入①式得,

$$(5 + k^2)x^2 + 2(1 - k)kx + (k - 1)^2 - 45 = 0$$

$$\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{-(1-k)k}{5+k^2}=1$$

解得 $k=-5$ 故直线方程为 $y=-5x+6$

普通高校对口招生考试实战模拟试题（二）

一、选择题

1. C 2. C 3. A 4. A 5. D 6. D 7. C 8. A 9. C 10. A
11. C 12. D 13. B 14. C 15. B

二、填空题（本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分）

16. e^2+1 17. 14 18. $(-8,5)$ 19. $(-\infty,0)\cup(0,1]$ 20. $\frac{1}{8}$ 21. $[0,+\infty)$
22. $-\frac{4}{5}$ 23. $\ln 0.3 < 0.3^e e^{0.3}$ 24. 3 25. $\sqrt{7}$ 26. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 27. 12
28. $l//\alpha$ 或 $l\subseteq\alpha$ 29. $x^2=\pm 8y$ 30. $\frac{1}{2}$

三、解答题

- 31.（6 分）解：因为 $A=\{x|3x-x^2+10\geq 0\}=\{x|-2\leq x\leq 5\}$ ，
又 $m>0$ ， $B=\{x|x^2-m^2<0\}=\{x|-m<x<m\}$ ，因为 $A\cap B=B$ ，
所以 $\begin{cases} -m\geq -2 \\ m\leq 5 \end{cases}$ ，得 $m\leq 2$
因此实数 m 的取值范围是 $(0,2]$ 。
32.（6 分）解：（1）当 $n=1$ 时， $S_1=\frac{1}{3}(a_1-1)=a_1$ ，得 $a_1=-\frac{1}{2}$ 。
（2）当 $n>1$ 时， $a_n=S_n-S_{n-1}=\frac{1}{3}(a_n-1)-\frac{1}{3}(a_{n-1}-1)=\frac{1}{3}(a_n-a_{n-1})$ ，
 $\frac{a_n}{a_{n-1}}=\frac{1}{2}$ ，所以 $\{a_n\}$ 是等比数列数列，首项为 $a_1=-\frac{1}{2}$ ，公比为 $q=-\frac{1}{2}$ 。
（3）等差数列 $\{b_n\}$ 中的 $b_1=2a_2$ ，且 $b_4=-4a_4$ ，即 $b_1=\frac{1}{2}$ ， $b_4=-\frac{1}{4}$ ，则公差 $d=-\frac{1}{4}$ ，
 $T_6=6b_1+\frac{6\times 5d}{2}=-\frac{3}{4}$ 。
因此，数列 $\{b_n\}$ 的前 6 项和为 $-\frac{3}{4}$ 。
33.（6 分）解：（1）因为 $\vec{m}=(a+c,b)$ ， $\vec{n}=(a-c,a+b)$ ，且 $\vec{m}\perp\vec{n}$ ，
所以 $(a+c)(a-c)+b(b+a)=0$ ， $a^2+b^2-c^2+ab=0$ ，得 $\cos C=-\frac{1}{2}$ ， $\angle C=120^\circ$ 。
（2）由（1）知 $\angle C=120^\circ$ ， $a=10$ ， $c=10\sqrt{3}$ ，由正弦定理得 $\sin A=\frac{1}{2}$ ， $\angle A=30^\circ$ ，

因为 $\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$ ，所以 $\angle B=30^\circ$ 。所以 $\triangle ABC$ 的面积为

$$S=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}\times 10\times 10\sqrt{3}\sin 30^\circ=25\sqrt{3}.$$

34.（6 分）解：（1）由已知一边长为 x 米，另一边为 $\frac{8-2x}{2}$ ，所以面积

$$S=x(\frac{8-2x}{2})=-x^2+4x, \quad x\in(0,4).$$

（2）因为 $S=-x^2+4x=-(x-2)^2+4$

因此 $x=2$ 时， S 有最大值为 4 平方米，所以广告费用是 $4\times 1000=4000$ 元。

35.（7 分）解：随机变量 ξ 的所有可能取值为 0,1,2.并且

$$P(\xi=0)=\frac{C_2^0C_3^3}{C_5^3}=\frac{1}{10}, \quad P(\xi=1)=\frac{C_2^1C_3^2}{C_5^3}=\frac{3}{5},$$

$$P(\xi=2)=\frac{C_2^2C_3^1}{C_5^3}=\frac{3}{10}.$$

所以 ξ 的概率分布为

ξ	0	1	2
p	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$

36.（7 分）解：圆 $x^2+y^2-4y+3=0$ 的圆心为 $(0,2)$ ，半径为 $r=1$ ，

设圆的切线方程为 $y=kx$ ，则 $\frac{|-2|}{\sqrt{k^2+1}}=r=1$ ，解得 $k=\pm\sqrt{3}$ ，

即双曲线的渐近线为 $y=\pm\sqrt{3}x$ 。

椭圆 $x^2+4y^2=4$ 的两个焦点为 $(\pm\sqrt{3},0)$ ，即双曲线的顶点是 $(\pm\sqrt{3},0)$ ，由题意知，双曲线的实半轴长 $a=\sqrt{3}$ ，由于焦点在 x 轴，渐近线方程为 $y=\pm\frac{b}{a}x$ ，

所以 $\frac{b}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$ ，得 $b=3$ ，所求双曲线方程为 $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{9}=1$ 。

37.（7 分）（1）证明： \because 四棱锥 $S-ABCD$ 的底面是正方形，每条侧棱长都相等，

\therefore 顶点 S 在底面的射影 O 是正方形中心，

连接 SO 、 BD ， $SO\perp$ 平面 $ABCD$ ， $\therefore SO\perp AC$ ，

\because 底面是正方形，

$\therefore BD\perp AC$ ，

$\therefore AC\perp$ 平面 SBD ， $SD\subseteq$ 平面 SBD ，

$\therefore AC\perp SD$ 。

（2）连接 PO ， \because 四棱锥 $S-ABCD$ 的底面是正方形，

每条侧棱长都相等

\therefore 侧面等腰三角形 $\triangle SAD\cong\triangle SCD$ ， $\because P$ 为侧棱 SD 上的点， $\therefore PA=PC$

$\because O$ 是 AC 中点，

$\therefore PO\perp AC$ ，又 $BD\perp AC$ ，

$\therefore \angle POD$ 二面角 $P-AC-D$ 的平面角。

$\because SD\perp$ 平面 PAC ， $PO\subseteq$ 平面 PAC ，

$\therefore SD\perp PO$ 。

设正方形边长为 1，由已知每条侧棱长都是底面边长的 $\sqrt{2}$ 倍，则 $SD=\sqrt{2}$ 。

在 $\text{Rt}\triangle SOD$ 中, $OD = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

$$\therefore \cos \angle SDO = \frac{OD}{SD} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{2}, \text{ 即 } \angle PDO = 60^\circ,$$

\therefore 在 $\text{Rt}\triangle POD$ $\angle PDO = 30^\circ$,

因此, 二面角 $P-AC-D$ 为 30° .

普通高校对口招生考试实战模拟试题（三）

一、选择题（本题共 15 小题，每题 3 分，共 45 分）

1. A 2. C 3. C 4. B 5. B 6. D 7. C 8. B 9. A 10. B
11. A 12. D 13. D 14. C 15. C

二、填空题（本题共 15 小题，每题 2 分，共 30 分）

16. 11 17. $(-3,-2] \cup [2,+\infty)$ 18. $(-2,-1)$ 19. -1
20. $(-\infty,-2)$ 21. $1-x$ 22. 3 23. 30° 24. -4 25. 180°
26. $x-2y-8=0$ 27. 2 28. $(5,2)$ 29. 120° 30. $\frac{5}{7}$

三、解答题（本题共 7 小题，共 45 分）

31.（5 分）解： $A = \{x \mid x^2 + x - 6 \leq 0\} = \{x \mid -3 \leq x \leq 2\}$
 $B = \{x \mid x - a < 3\} = \{x \mid x < a + 3\}$
 $\therefore A \subseteq B$
 $\therefore a + 3 \geq 2$
 $\therefore a$ 的取值范围是 $\{a \mid a \geq -1\}$.

32.（7 分）解：设鸡蛋的价格每斤上涨 0.1x 元，则此时养鸡场每天的利润为： $y = (5 + 0.1x - 3)(800 - 100x)$
 $= -10x^2 - 120x + 1600$

\therefore 二次项系数小于零
 \therefore 当 $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-120}{2 \times (-10)} = -6$ 时利润最大

即鸡蛋的价格应每斤下降 6 角时利润最大，鸡蛋每斤 4.4 元，每天可销售 1400 斤，最大利润为 $(4.4-3) \times 1400 = 1960$ 元.

33.（6 分）解：（1）由 $a_n = a_1 + (n-1)d, a_{10} = 30, a_{20} = 50$, 得方程组 $\begin{cases} a_1 + 9d = 30 \\ a_1 + 19d = 50 \end{cases}$

解得 $a_1 = 12, d = 2$.

所以, $a_n = 12 + (n-1) \cdot 2 = 2n + 10$.

（2）由 $S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d, S_n = 242$, 得方程 $12n + \frac{n(n-1)}{2} \times 2 = 242$,

解得 $n = 11$ 或 $n = -22$ （舍去）.

（3）由（1）得 $b_n = 2^{a_n-10} = 2^{2n+10-10} = 2^{2n} = 4^n$,

因为 $\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{4^{n+1}}{4^n} = 4$.

所以 $\{b_n\}$ 是首项是 4，公比 $q = 4$ 的等比数列.

进而数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 $T_n = \frac{4 \times (1-4^n)}{1-4} = \frac{4}{3}(4^n - 1)$.

34.（6 分）解：（1） $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b} = \sin x \cos x + \sqrt{3} \cos^2 x$
 $= \frac{1}{2} \sin 2x + \sqrt{3} \times \frac{1 + \cos 2x}{2}$
 $= \sin(2x + \frac{\pi}{3}) + \frac{\sqrt{3}}{2}$

所以函数 $f(x)$ 的最小正周期 $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$.

当 $\sin(2x + \frac{\pi}{3}) = -1$, 即 $x = -\frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbf{Z}$ 时

$f(x)$ 有最小值 $\frac{\sqrt{3}-2}{2}$.

（2）当 $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi < 2x + \frac{\pi}{3} < \frac{\pi}{2} + 2k\pi, (k \in \mathbf{Z})$ 时, $f(x)$ 单调递增,

即 $-\frac{5\pi}{12} + k\pi < x < \frac{\pi}{12} + k\pi, (k \in \mathbf{Z})$.

所以函数 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(-\frac{5\pi}{12} + k\pi, \frac{\pi}{12} + k\pi), (k \in \mathbf{Z})$.

35.（6 分）任取 3 张，若取得奇数的个数为 ξ , 则 ξ 的所有取值为：1, 2, 3

$P(\xi = 1) = \frac{C_3^1 C_2^2}{C_5^3} = \frac{3}{10}, P(\xi = 2) = \frac{C_3^2 C_1^1}{C_5^3} = \frac{3}{5}, P(\xi = 3) = \frac{C_3^3}{C_5^3} = \frac{1}{10}$

因此随机变量 ξ 的概率分布为：

ξ	1	2	3
P	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$

36.（7 分）解：（1）圆 $x^2 + y^2 - 2x = 0$ 的圆心为 $(1, 0)$ 与 x 轴的右交点为 $(2, 0)$. 由题意知直线 AB 过 $(2, 0)$,

斜率 $k = \tan \frac{\pi}{4} = 1$,

即直线 AB 的方程为 $x - y - 2 = 0$.

抛物线的焦点为 $(1, 0)$ 在 x 轴的正半轴, $\frac{P}{2} = 1$, 故 $q = 4$, 抛物线方程为 $y^2 = 4x$

（2）设抛物线与直线的交点分别为 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 不妨设 $y_1 \geq y_2$.

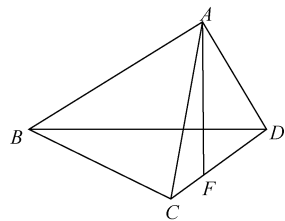
解方程组 $\begin{cases} x - y - 2 = 0 \\ y^2 = 4x \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x_1 = 4 + 2\sqrt{3} \\ y_1 = 2 + 2\sqrt{3} \end{cases}$ 和 $\begin{cases} x_2 = 4 - 2\sqrt{3} \\ y_2 = 2 - 2\sqrt{3} \end{cases}$

故 AB 中点的坐标为 $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = (4, 2)$.

$S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \times 2 \times (y_1 - y_2) = \frac{1}{2} \times 2 \times [(2 + 2\sqrt{3}) - (2 - 2\sqrt{3})] = 4\sqrt{3}$.

37. (8分) 证明: (1) 由已知条件: A 点在底面 DBC 内的射影 F 恰好落在 CD 边上可知 $AF \perp$ 面 BCD , 所以 $AF \perp BC$,
 又由矩形 $ABCD$ 可知, $BC \perp CD$,
 因为 $AF \cap CD = F$, 所以 $BC \perp$ 平面 ADC ,
 又因为 $BC \subseteq$ 面 ABC ,
 所以平面 $ABC \perp$ 平面 ACD .

(2) 因为 $BC \perp$ 平面 ACD ,
 所以 $\angle ACD$ 为二面角 $A-BC-D$ 的平面角, $BC \perp AD$.
 又因为 $AD \perp AB$, 所以 $DA \perp$ 平面 ABC ,
 所以 $AD \perp AC$, 所以 $\sin \angle ACD = \frac{AD}{CD}$,
 因为在矩形中 $CD=AB$, $AD:AB=1:\sqrt{3}$,
 所以, $\sin \angle ACD = \frac{AD}{CD} = \frac{AD}{AB} = 1:\sqrt{3}$,
 因此 $\cos \angle ACD = \frac{\sqrt{6}}{3}$.



普通高校对口招生考试实战模拟试题 (四)

一、选择题 (共 15 题, 每小题 3 分, 共 45 分)

1. A 2. A 3. B 4. D 5. D 6. B 7. D 8. A 9. B 10. D
 11. A 12. A 13. A 14. C 15. C

二、填空题 (共 15 小题, 每小题 2 分, 共 30 分)

16. -1 17. $\frac{1}{4}$ 18. $(2,3) \cup (3,+\infty)$ 19. $-\frac{1}{2}$ 20. $a < b < c$ 21. 6 22. $\frac{13}{4}$ 23. 95
 24. $\sqrt{5}$ 25. 0 26. $x^2 = 4ay$ 27. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 28. $\frac{12}{5}$ 29. 480 30. $\frac{48}{125}$

三、解答题 (共 7 小题, 共 45 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或推证过程

31. (本小题满分 5 分)

解: $\because A \cup B = A \therefore B \subseteq A, A \cap B = B$ 又 $\because A \cap B = \{5\}, \therefore B = \{5\}, \therefore$ 方程 $x^2 + mx + n = 0$ 只有一个根 5, 由根与系数关系得: $5 \times 5 = n, 5 + 5 = -m, \therefore n = 25, m = -10$.

32. (本小题满分 7 分)

解: (1) 依题意得, $y = (x - 42)t = (x - 2)(-3x + 204)$
 即 $y = -3x^2 + 330x - 8568$.

(2) 由 (1) 知, 每天的销售利润 y 与销售价 x 之间的函数关系为
 $y = -3x^2 + 330x - 8568 = -3(x - 55)^2 + 507$

\therefore 当每件的销售价为 55 元时, 可获得最大的利润, 每天的最大利润为 507 元.

33. (本小题满分 6 分)

$$\begin{aligned} \text{解: } f(x) &= \cos(2x - \frac{\pi}{6}) + \sin 2x = \cos 2x \cos \frac{\pi}{6} + \sin 2x \sin \frac{\pi}{6} + \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2x + \frac{1}{2} \sin 2x + \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2x + \frac{3}{2} \sin 2x \\ &= \sqrt{3} (\frac{1}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x) = \sqrt{3} \sin(2x + \frac{\pi}{6}) \end{aligned}$$

因此, (1) $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$

(2) 当 $2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ 时 $f(x)$ 取最大值, 即当 $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ 时 $f(x)$ 取最大值 $\sqrt{3}$.

当 $2x + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ 时 $f(x)$ 取最小值, 即当 $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ 时 $f(x)$ 取最小值 $-\sqrt{3}$.

34. (本小题满分 6 分)

解: (1) $\because a_n - a_{n+1} = -1, \therefore a_{n+1} - a_n = 1, \therefore \{a_n\}$ 为等差数列, $d=1, a_1=1, \therefore a_n = 1 + (n-1) \times 1 = n$

(2) $b_1 = a_1 = 1, \frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{a_4}{a_2} = \frac{4}{2} = 2, \therefore \{b_n\}$ 为等比数列, $q=2, S_{10} = \frac{b_1(1-q^{10})}{1-q} = \frac{1 \times (1-2^{10})}{1-2} = 2^{10} - 1 = 1023$

35. (本小题满分 8 分)

解: (1) $\because \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}, \alpha \in [0^\circ, 180^\circ), \therefore \alpha = 45^\circ, k = \tan 45^\circ = 1$, 椭圆焦点在 x 轴上

\therefore 设椭圆方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, 又 \because 长轴为 4, $\therefore 2a=4, a=2$, 双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1, a_1^2 = 1, b_1^2 = 3, \therefore c_1^2 = 4$,

$e_1 = \frac{c_1}{a_1} = \frac{2}{1} = 2, \therefore$ 椭圆离心率 $e = \frac{1}{2}, \therefore c=1, b^2 = a^2 - c^2 = 3, \therefore$ 椭圆方程为 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$

(2) 椭圆右焦点 $F_2(1,0)$, 直线过右焦点, 且斜率为 1, 所以直线方程为: $y=x-1$

(3) 设直线与椭圆交于 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 联立方程 $y=x-1$ 与 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 得关于 x 的一元二次方程
 $7x^2 - 8x - 8 = 0, x_1 + x_2 = \frac{8}{7}, x_1 x_2 = -\frac{8}{7},$ 所以 $|AB| = \sqrt{(1+1^2) \times [(\frac{8}{7})^2 - 4 \times (-\frac{8}{7})]} = \frac{24}{7},$ 所以直线与椭圆相交的弦长为 $\frac{24}{7}$.

36. (本小题满分 7 分)

证明: (1) 取 PC 的中点 G , 连接 FG, EG ,

$\therefore FG$ 为 $\triangle CDP$ 的中位线,

$\therefore FG \parallel \frac{1}{2} CD,$

\because 四边形 $ABCD$ 为矩形, E 为 AB 的中点,

$\therefore AE \parallel \frac{1}{2} CD,$

$\therefore FG \parallel AE,$

\therefore 四边形 $AEGF$ 是平行四边形,

$\therefore AF \parallel EG,$

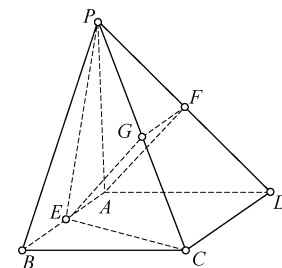
又 $EG \subseteq$ 平面 $PCE, AF \not\subseteq$ 平面 $PCE, \therefore AF \parallel$ 平面 PCE ;

(2) $\because PA \perp$ 底面 $ABCD$,

$\therefore PA \perp AD, PA \perp CD$, 又 $AD \perp CD, PA \cap AD = A$,

$\therefore CD \perp$ 平面 ADP ,

又 $AF \subseteq$ 平面 ADP ,



$\therefore CD \perp AF$ ，直角三角形 PAD 中， $\angle PDA = 45^\circ$ ，
 $\therefore \triangle PAD$ 为等腰直角三角形，
 $\therefore PA = AD = 2$ ，
 $\because F$ 是 PD 的中点，
 $\therefore AF \perp PD$ ，又 $CD \cap PD = D$ ，
 $\therefore AF \perp$ 平面 PCD ，
 $\because AF \parallel EG$ ，
 $\therefore EG \perp$ 平面 PCD ，
 又 $EG \subseteq$ 平面 PCE ，

平面 $PCE \perp$ 平面 PCD ；

37.（本小题满分 6 分）

(1) $\frac{9}{10}$

(2) ξ 可能取得值为 0，1，2

$P(\xi = 0) = \frac{1}{10}$
 $P(\xi = 1) = \frac{3}{5}$
 $P(\xi = 2) = \frac{3}{10}$

ξ	0	1	2
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$

普通高校对口招生考试实战模拟试题（五）

一、选择题（共 15 题，每小题 3 分，共 45 分）

1. C 2. D 3. A 4. B 5. C 6. C 7. D 8. C 9. B 10. B
 11. D 12. D 13. D 14. B 15. D

二. 填空题（共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分）

16. 2 17. 11 18. $[1,3) \cup (3,+\infty)$ 19. -13 20. 25 21. $\sqrt{65}$ 22. 钝角
 23. $\frac{3}{4}$ 24. (1,2) 25. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{8} = 1$ 26. 8 27. $\frac{\sqrt{3}}{3}m$ 28. 24 29. 72 30. $\frac{20}{21}$

三. 解答题（共 7 小题，45 分，解答应写出文字说明、演算步骤或推证过程）

31.（本题 5 分）

解：由 $a^2 + 2a - 3 = 5$ ，得 $a = -4$ 或 $a = 2$

当 $a = -4$ 时， $A = \{2, 9\}$ 不符合题意舍去

当 $a = 2$ 时， $A \{2, 3\}$ 符合题意

因此， a 的值为 2.

32.（本题 6 分）

解：当 $n \geq 2$ ， $a_n = S_n - S_{n-1} = 3^{n+1} - 3 - (3^{n-1-1} - 3) = 2 \cdot 3^n$

当 $n = 1$ 时， $a_1 = 2 \cdot 3^1 = 6 = S_1 = 3^{1+1} - 3$

综上可知，数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 2 \cdot 3^n$

因为 $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{2 \cdot 3^{n+1}}{2 \cdot 3^n} = 3$ ，所以数列 $\{a_n\}$ 是以 6 为首项，3 为公比的等比数列.

33.（本题 6 分）

解：因为 $\tan \alpha + 9 \cot \alpha = 6$ ，所以 $\tan^2 \alpha + 9 = 6 \tan \alpha$ ，

从而 $(\tan \alpha - 3)^2 = 0$ ， $\tan \alpha = 3$ ，

由 $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 3$ 且 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ 得 $\cos^2 \alpha = \frac{1}{10}$ ， $\sin^2 \alpha = \frac{9}{10}$ ，

所以 $\frac{\sin^3 \alpha - 2 \cos \alpha}{\sin \alpha + 3 \cos \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha \cdot \tan \alpha - 2}{\tan \alpha + 3} = \frac{\frac{9}{10} \cdot 3 - 2}{3 + 3} = \frac{7}{60}$

34.（本题 6 分）

解：由题意可得， $L = PQ - C = (25 - \frac{1}{8}Q)Q - (100 + 4Q) = -\frac{1}{8}Q^2 + 21Q - 100$

$$= -\frac{1}{8}(Q - 84)^2 + 782$$

当 $Q = 84$ 时，利润 L 最大值为 782.

35.（本题 7 分）

解：（1）记甲、乙两人同时参加 A 岗位服务为事件 E_A ，

总事件数是从 5 个人中选 2 个作为一组，同其他 3 人共 4 个元素在四个位置进行排列 $C_5^2 P_4^4$ ，

满足条件的事件数是 P_3^3 ，

那么 $P(E_A) = P_3^3 / C_5^2 P_4^4 = 1/40$ ，

即甲、乙两人同时参加 A 岗位服务的概率是 1/40.

（2）记甲、乙两人同时参加同一岗位服务为事件 E ，

满足条件的事件数是 P_4^4 ，

那么 $P(E) = P_4^4 / C_5^2 P_4^4 = 1/10$ ，

\therefore 甲、乙两人不在同一岗位服务的概率是 $P(\bar{E}) = 1 - P(E) = 9/10$.

（3）随机变量 ξ 可能取的值为 1，2. 事件“ $\xi = 2$ ”是指有两人同时参加 A 岗位服务，

$P(\xi = 2) = C_5^2 P_3^3 / C_5^3 P_4^4 = 1/4$.

$P(\xi = 1) = 1 - P(\xi = 2) = 3/4$ ， ξ 的分布列是

ξ	1	2
P	3/4	1/4

36.（本题 8 分）解：（1）直线与方程交于 A 、 B 两点，坐标分别为 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) ，则 OA 、 OB 斜率分别为 $K_1 = \frac{y_1}{x_1}$ 、 $K_2 = \frac{y_2}{x_2}$

由方程 $y^2 = -x$ ， $y = k(x + 1)$ 联立

消去 x 后，整理得 $ky^2 + y - k = 0$.

可知 $y_1 y_2 = -1$. 代入 $y^2 = -x$ ，得 $x_1 x_2 = 1$

所以 $K_1 \cdot K_2 = \frac{y_1}{x_1} \cdot \frac{y_2}{x_2} = -1$ ，所以 $OA \perp OB$ 得证.

（2）由方程 $y^2 = -x$ ， $y = k(x + 1)$ 联立，消去 y 后，

整理得 $k^2 x^2 + (2k^2 + 1)x + k^2 = 0$

可知 $x_1x_2=1$, $x_1+x_2=-\frac{2k^2+1}{k^2}$, 可得 $|AB|=\sqrt{(1+k^2)[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2]}=\frac{\sqrt{(1+k^2)}}{k^2}\sqrt{4k^2+1}$

由坐标原点到直线的距离 $d=\frac{|k|}{\sqrt{k^2+1}}$.

由已知条件可知 $\frac{1}{2}\frac{|k|}{\sqrt{k^2+1}}\frac{\sqrt{(1+k^2)}}{k^2}\sqrt{4k^2+1}=\sqrt{10}$

解得 $k^2=\frac{1}{36}$, 所以 $k=\pm\frac{1}{6}$.

37. (本题 7 分)

解: (1) 连接 AC 交 BD 于点 O ,

因为 $EO\parallel PC$, 又 $PC\perp$ 面 $ABCD$,

所以 $EO\perp$ 面 $ABCD$, 又 $EO\subseteq$ 面 EBD ,

进而面 $EBD\perp$ 面 $ABCD$.

(2) 因为 $EO\parallel PC$ 且 PC 在平面 PBC 内,

所以 $EO\parallel$ 面 PBC ,

故 E 到平面 PBC 的距离等于 O 到平面 PBC 的距离.

在面 $ABCD$ 内作 $OK\perp BC$ 于 K ,

因为 $PC\perp$ 面 $ABCD$,

所以 $PC\perp OK$,

又 $OK\perp BC$,

所以 $OK\perp$ 面 PBC , 即 OK 是点 O 到平面 PBC 的距离,

$OK=OB\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{4}a$,

即 E 到面 PBC 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{4}a$.

普通高校对口招生考试实战模拟试题 (六)

一、选择题 (共 15 题, 每小题 3 分, 共 45 分)

1. B 2. B 3. A 4. D 5. C 6. B 7. D 8. D 9. C 10. D
11. C 12. A 13. A 14. C 15. C

二、填空题 (共 15 小题, 每小题 2 分, 共 30 分)

16. 0 17. $\{0,1,2,3\}$ 18. $(3, 4]$ 19. $\frac{2}{3}$ 20. 7 21. 11 22. 2 23. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
24. $x-2y+10=0$ 25. $x-2y-8=0$ 26. 1 27. $(\sqrt{3}, -1)$ 或 $(\sqrt{3}, 1)$ 28. $2\pi cm^2$ 29. 60 30. $\frac{2}{3}$

三、解答题 (共 7 小题, 45 分, 解答应写出文字说明、演算步骤或推证过程)

31. (本题 5 分)

解: 由 $|x-a|\leq 1$, 得 $a-1\leq x\leq a+1$,

由 $(x+2)(x-3)>0$, 得 $x<-2$ 或 $x>3$

因为 $A\cap B=\phi$, 所以 $\begin{cases} a-1\geq -2, \\ a+1\leq 3 \end{cases}$, 即 $\begin{cases} a\geq -1 \\ a\leq 2 \end{cases}$

得 $-1\leq a\leq 2$

32. (本题 6 分)

解: 设该数列为 $\{a_n\}$,

$a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=34$, $a_n+a_{n-1}+a_{n-2}+a_{n-3}+a_{n-4}=146$,

两式相加得 $a_1+a_n=36$

又 $S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}$ 即 $\frac{36n}{2}=234$, 解得 $n=13$

33. (本题 6 分)

解: 由 $\angle ADB+\angle ADC=180^\circ$ 且 $\angle ADC=150^\circ$,

得 $\angle ADB=30^\circ$, 进而 $\angle DAB=90^\circ$

在 $\triangle ABD$ 中, $AD=BD\sin 60^\circ=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

在 $\triangle ADC$ 中, 由余玄定理得 $AC^2=AD^2+DC^2-2AD\cdot DC\cos\angle ADC=150^\circ=3+1-2\times\sqrt{3}\times 1\times(-\frac{\sqrt{3}}{2})=7$,
即 $AC=\sqrt{7}$

在 $\triangle ABD$ 中, $AB=BD\cos 60^\circ=1$

在 $\triangle ABC$ 中, 由正选定理得, $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot BC\sin\angle ABD=\frac{1}{2}\times 1\times 3\times\sin 60^\circ=\frac{3}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{4}\sqrt{3}$

34. (本题 7 分)

解: (1) 设 $y=kx+b$, 由题意, 当 $x=15$ 时, $y=25$; 当 $x=20$ 时, $y=20$. 解得 $k=-1, b=40$

即 $y=-x+40$

(2) 设每日的销售利润为 L 元, 则

$L=(x-10)(-x+40)=-x^2+50x-400=-(x-25)^2+225$

当 $x=25$ 元时, L 取得最大值为 225 元.

35. (本题 7 分)

解: 由题意得 $F_2(2,0)$, 过 F_2 的直线斜率 $k=\tan\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}$, 因此, 直线方程为 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}(x-2)$

(1) 设交点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 由题意联立,

$$\begin{cases} y=\frac{\sqrt{3}}{3}(x-2) \\ x^2-\frac{y^2}{3}=1 \end{cases} \quad \text{直线代入曲线方程消去 } y, \text{ 整理得 } 8x^2+4x-13=0$$

由韦达定理得, $x_1+x_2=-\frac{1}{2}$, $x_1x_2=-\frac{13}{8}$, $(x_1-x_2)^2=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2$

$$=(-\frac{1}{2})^2-4(-\frac{13}{8})=\frac{27}{4}, \text{ 由公式得}$$

$$|AB|=\sqrt{(1+k^2)[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2]}=\sqrt{(1+\frac{1}{3})\frac{27}{4}}=3$$

(2) $F_1(-2,0)$, 到直线 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}(x-2)$ 的距离即为高, $d=\frac{|-2\sqrt{3}-2\sqrt{3}|}{\sqrt{3+9}}=\frac{|4\sqrt{3}|}{2\sqrt{3}}=2$

因此 $\triangle F_1AB$ 的面积 $S=\frac{1}{2}|AB|d=\frac{1}{2}\times 3\times 2=3$

36. (本题 8 分)

(1) 证明: 由题设可知 $AC\perp BC$, 且平面 $PAC\perp$ 平面 ABC , 则有

$BC\perp$ 面 PAC , 故 $BC\perp AP$

又 $AP\perp PC$, 所以 $AP\perp$ 平面 PBC

又 $AP\subseteq$ 平面 PAB

所以面 $PAB\perp$ 面 PBC

(2) 解: 作 AC 的中点 D , 连接 PD 、 BD .

因为 $PA=PC$, 所以 $PD\perp AC$, 且平面 $PAC\perp$ 平面 ABC

所以 $PD\perp$ 平面 ABC

因此 $\angle PBD$ 为所求.

在三角形 PAC 中, $PD=\frac{1}{2}AC$;

在三角形 BAC 中, $BC=\sqrt{3}AC$;

$$BD=\sqrt{\left(\sqrt{3}AC\right)^2+\left(\frac{1}{2}AC\right)^2}=\frac{\sqrt{13}}{2}AC$$

$$\tan \angle PBD=\frac{PD}{BD}=\frac{\frac{1}{2}AC}{\frac{\sqrt{13}}{2}AC}=\frac{\sqrt{13}}{13}$$

37. (本题 6 分)

解: 设随机变量 ξ 表示选出的女教师人数, 则 ξ 的取值为: 1,2,3.

$$P(\xi=1)=\frac{3}{10}, \quad P(\xi=2)=\frac{3}{5}, \quad P(\xi=3)=\frac{1}{10}$$

所以, 选出女教师人数的概率分布为:

ξ	1	2	3
P	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$

(2) 解: 由上表可知, $\frac{3}{10}$ (两男一女) + $\frac{3}{5}$ (一男两女) = $\frac{9}{10}$, 所以至少一个男教师的概率是 $\frac{9}{10}$.

普通高校对口招生考试实战模拟试题（七）

一、选择题（共 15 题，每小题 3 分，共 45 分）

1. A 2. D 3. B 4. B 5. C 6. D 7. D 8. B 9. B 10. B
11. A 12. C 13. C 14. C 15. A

二、填空题（共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分）

16. 3 17. 10 18. $(-\infty,-1)\cup(3,4)\cup(4,+\infty)$ 19. 等腰 20. $(0,-\frac{3}{2})$ 21. $[\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}]$
22. 150 23. $(-2,\frac{1}{2})\cup(\frac{1}{2},3)$ 24. -3 或 7 25. $(-\infty,-2)\cup(4,+\infty)$ 26. $\sqrt{2}$ 27. 64
28. 12 29. 72 30. $\frac{2}{3}$

三、解答题（共 7 小题，共 45 分）解答应写出文字说明、演算步骤或推证过程

31. (本小题满分 5 分)

解: 因为 $A=\{x|x^2-3x+2=0\}=\{1,2\}$, $A\cup B=A$, $B\subseteq A$,

当 $a=0$ 时, $B=\phi$, 满足 $B\subseteq A$;

当 $a\neq 0$ 时, $B=\{\frac{2}{a}\}$, 若满足 $B\subseteq A$, 则 $\frac{2}{a}=1$ 或 $\frac{2}{a}=2$, 得 $a=2$ 或 $a=1$.

综上所述, 实数 a 的取值集合是 $\{0,1,2\}$

32. (本小题满分 6 分)

解: 因为 $\log^2 a_{n+1}=1+\log^2 a_n$, 即 $\log^2 a_{n+1}-\log^2 a_n=1$,

$\log_2 \frac{a_{n+1}}{a_n}=1$, 求得 $\frac{a_{n+1}}{a_n}=2$, 所以 $\{a_n\}$ 是等比数列, 公比为 2.

又 $a_1+a_2+\cdots+a_5=62$, $S_5=\frac{a_1(1-2^5)}{1-2}=62$, 得 $a_1=2$

所以 $a_{10}=a_1q^9=2\times 2^9=1024$

33. (本小题满分 5 分) 解: (1) 由 $\tan(\frac{\pi}{4}+\theta)=2$ 得, $\frac{1+\tan\theta}{1-\tan\theta}=2$ 解得 $\tan\theta=\frac{1}{3}$

(2) $\sin 2\theta-2\cos^2\theta=2\sin\theta\cos\theta-2\cos^2\theta$

$$=\frac{2\sin\theta\cdot\cos\theta-2\cos^2\theta}{\sin^2\theta+\cos^2\theta}=\frac{2\tan\theta-2}{\tan^2\theta+1}=\frac{2\times\frac{1}{3}-2}{(\frac{1}{3})^2+1}=-\frac{6}{5}$$

34. (本小题满分 7 分)

解: (1) 使工厂有盈利, 则 $R(x)>G(x)$

即 $-0.4x^2+4.2x-0.8>2+x$

整理得 $x^2-8x+7<0$

解得 $1<x<7$

故 产量应该控制在大于 100 件而小于 700 件的范围内.

(2) 设生产 x 百件并销售后盈利为 y , 则

$$y=R(x)-G(x)=(-0.4x^2+4.2x-0.8)-(2+x)$$
$$=-\frac{2}{5}x^2+\frac{16}{5}x-\frac{14}{5}=-\frac{2}{5}(x-4)^2+\frac{18}{5}$$

当 $x=4$ 时, y 取得最大值为 $\frac{18}{5}$

即 生产 400 件产品时, 盈利最多为 3.6 万元

35. (本小题满分 8 分)

解: 圆的方程 $x^2+y^2-2x-3=0$, 即 $(x-1)^2+y^2=4$. 知圆心为 $(1,0)$, $r=2$.

抛物线的焦点坐标为 $F(1,0)$ ， $p=2$ ，抛物线方程为 $y^2=4x$.
过焦点 $F(1,0)$ 的直线的倾斜角为 45° ，所以直线方程， $y=x-1$.

(2) 由 $\begin{cases} y^2=4x \\ y=x-1 \end{cases}$ 得 $x^2-6x+1=0, x_1+x_2=6, x_1x_2=1$,

则 $|AB|=\sqrt{(1+k^2)[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2]}=8$,

圆心 $(0,0)$ 到直线 $x-y-1=0$ 的距离为 $d=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$,

所以 $\triangle OAB$ 的面积 $S=\frac{1}{2}|AB|d=\frac{1}{2}\times 8\times \frac{\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$

36. (本小题满分 8 分)

(1) 证明：因为四边形 $ABCD$ 为正方形

所以 $DC\perp BC$

因为平面 $PDC\perp$ 平面 $ABCD$ ，交线为 DC

所以 $BC\perp$ 面 PDC ，而 DE 在平面 PDC 内，

所以 $BC\perp DE$

因为三角形 PDC 为等边三角形， E 为 PC 的中点，

所以 $DE\perp PC$

又 $PC\cap BC=C$ ， PC 、 BC 都在平面 PBC 内

所以 $DE\perp$ 面 PBC

又 $DE\subseteq$ 面 EDB

所以平面 $EDB\perp$ 平面 PBC .

(2) 由 (1) 的证明可知： $DE\perp$ 面 PBC

所以 $\angle BEC$ 就是二面角 $B-DE-C$ 的平面角

因为 $BC\perp$ 面 PDC ，而 PC 在面 PDC 内

所以 $BC\perp PC$

在 $Rt\triangle ECB$ 中， $CE=\frac{1}{2}BC$

则 $\tan \angle BEC=\frac{BC}{CE}=2$.

37. (本小题满分 6 分)

解：(1) 随机变量 ξ 的可能取值为 0,1,2,3.

相应的概率依次为

$P(\xi=0)=\frac{C_6^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{6}$ ， $P(\xi=1)=\frac{C_4^1C_6^2}{C_{10}^3}=\frac{1}{2}$

$P(\xi=2)=\frac{C_4^2C_6^1}{C_{10}^3}=\frac{3}{10}$ ， $P(\xi=3)=\frac{C_4^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{30}$

故随机变量 ξ 的概率分布为

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$

(2) $P(\xi\geq 2)=P(\xi=2)+P(\xi=3)=\frac{3}{10}+\frac{1}{30}=\frac{1}{3}$

普通高校对口招生考试实战模拟试题（八）

一、选择题

1. B 2. D 3. B 4. D 5. C 6. A 7. B 8. C 9. D 10. C
11. B 12. C 13. B 14. C 15. D

二、填空题

16. $\frac{1}{2}$ 17. 16 18. $\left(\frac{1}{2}, 3\right)$ 19. $[-2, 2]$ 20. — 21. 101 22. $y=\pm\frac{1}{2}x$ 23. -6
24. $\pm\frac{3}{5}$ 25. $\sqrt{37}$ 26. 2 27. 128 28. $10\sqrt{3}\text{cm}$ 29. 10 30. $\frac{7}{30}$

三、解答题

31. 解：集合 $A=\{x|x^2-x-12\leq 0\}=\{x|-3\leq x\leq 4\}$ ，

$B=\{x||x+m|>1\}=\{x|-1-m< x< 1-m\}$ ，

因为 $A\cap B=\emptyset$ ，所以 $\begin{cases} -1-m\geq -3 \\ 1-m\leq 4 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} m\leq 2 \\ m\geq -3 \end{cases}$ ，即 $-3\leq m\leq 2$ 。

所以实数 m 的取值范围是 $[-3, 2]$ 。

32. 解：设每辆车的月租金增加 $50x$ 元，此时未租出的车为 x 辆，公司月收益为 y 元，

则依题意得 $y=(3000+50x-150)(100-x)-50x$

$=-50x^2+2100x+285000$

$=-50(x-21)^2+307050$

当 $x=21$ 时， $y_{\max}=307050$ ，

即当每辆车的月租金是 $3000+50x=4050$ 元时，租赁公司的月收益最大，最大为 307050 元.

33. 解：(1) 因为 $\{a_n\}$ 是等差数列，所以 $2a_2=a_1+a_3$ ，

$S_3=a_1+a_2+a_3=3a_2=18$ ，解得 $a_2=6$ ，

因为 a_2 与 2 的等差中项等于 S_2 与 2 的等比中项，

$\left(\frac{6+2}{2}\right)^2=2S_2$ ， $16=2(a_1+a_2)$ ，所以 $a_1=2$ ，

$d=a_2-a_1=6-2=4$ ，故 $a_n=a_1+(n-1)d=4n-2$ ；

(2) $b_n=2^{a_n+2}=2^{4n-2+2}=2^{4n}=16^n$ ，

$b_1=16^1=16$ ， $\frac{b_{n+1}}{b_n}=\frac{16^{n+1}}{16^n}=16$ ，

所以数列 $\{b_n\}$ 是以 16 为首项，公比为 16 的等比数列.

34. 解：(1) $f(x)=\vec{m}\cdot\vec{n}=\cos x\cdot\cos x+\sin x\cdot(-\sin x+2\sqrt{3}\cos x)$

$=\cos^2 x-\sin^2 x+2\sqrt{3}\sin x\cos x$

$$= \cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x$$

$$= 2 \sin \left(2x + \frac{\pi}{6} \right).$$

$$(2) T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2} = \pi,$$

$f(x)$ 的最小值是 -2 .

35. 解：每次取 1 张，有放回的取 3 次，每次取到奇数的概率是 $\frac{3}{5}$ ，

随机变量 ξ 的可能取值是 0, 1, 2, 3,

$$P(\xi=0) = C_3^0 \left(\frac{3}{5}\right)^0 \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{8}{125}, \quad P(\xi=1) = C_3^1 \left(\frac{3}{5}\right)^1 \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{36}{125},$$

$$P(\xi=2) = C_3^2 \left(\frac{3}{5}\right)^2 \left(\frac{2}{5}\right)^1 = \frac{54}{125}, \quad P(\xi=3) = C_3^3 \left(\frac{3}{5}\right)^3 \left(\frac{2}{5}\right)^0 = \frac{27}{125}.$$

随机变量 ξ 的概率分布为：

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{8}{125}$	$\frac{36}{125}$	$\frac{54}{125}$	$\frac{27}{125}$

36. 解：(1) 抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点是 $(1,0)$ ，

设直线的斜率是 k ，则直线方程是 $y = k(x-1)$ ，

$$\text{设 } A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), \text{ 联立 } \begin{cases} y = k(x-1) \\ y^2 = 4x \end{cases} \Rightarrow k^2 x^2 - (2k^2 + 4)x + k^2 = 0$$

$$\text{所以 } x_1 + x_2 = \frac{2k^2 + 4}{k^2}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{k^2}{k^2} = 1$$

因为线段 AB 的中点横坐标为 2, $x_1 + x_2 = \frac{2k^2 + 4}{k^2} = 4$, 得 $k^2 = 2$,

$$\text{根据弦长公式 } |AB| = \sqrt{1+k^2} \cdot \sqrt{(x_1+x_2)^2 - 4x_1x_2} = \sqrt{1+2} \cdot \sqrt{4^2 - 4 \times 1} = 6,$$

(2) 设圆的方程为 $(x-1)^2 + y^2 = r^2$ ，因为与直线 $4x + y - 2 = 0$ 相切，

$$\text{所以 } d = r = \frac{|4 \times 1 - 2|}{\sqrt{4^2 + 1^2}} = \frac{2\sqrt{17}}{17}, \text{ 所以圆的方程为 } (x-1)^2 + y^2 = \frac{4}{17}.$$

37. (1) 证明：连接 AC 、 BD ，因为 D 是菱形，所以 $AC \perp BD$ ，

因为 $PA \perp AB$ ， $PA \perp BC$ ，所以 $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ，

因为 $BD \subseteq$ 平面 $ABCD$ ，所以 $PA \perp BD$ ，

又 $PA \cap AC = A$ ，所以 $BD \perp$ 平面 PAC ，

又因为 $BD \subseteq$ 平面 PBD ，所以平面 $PAC \perp$ 平面 PBD 。

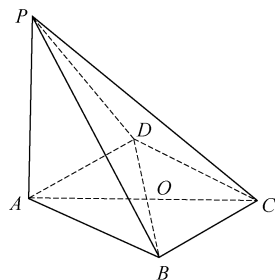
(2) 连接 PO ，因为 $BD \perp$ 平面 PAC ，所以 $BD \perp PO$ ，

从而 $\angle POA$ 即是二面角 $P-BD-A$ 的平面角，

菱形 $ABCD$ 中 $AB = 4$ ， $\angle DAB = 120^\circ$ ，

所以 $\triangle DAC$ 是等边三角形， $AC = 4$ ，从而 $AO = 2$

$$\text{在 Rt}\triangle PAO \text{ 中, } \tan \angle POA = \frac{PA}{AO} = \frac{3}{2}.$$



普通高校对口招生考试实战模拟试题（九）

一、选择题

1. C 2. A 3. A 4. B 5. B 6. B 7. C 8. C 9. D 10. A
11. D 12. D 13. D 14. A 15. D

二、填空题

16. 8 17. 10 18. (1,2) 19. $b > c > a$ 20. $[0, +\infty)$ 21. $a_n = 2 \times 3^{n-1}$ 22. $\frac{1}{3}$
23. $x - 2y - 8 = 0$ 24. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 25. ± 15 26. 18 27. -120 28. $\frac{\sqrt{6}}{2}a$ 29. 10 30. $\frac{2}{9}$

三、解答题

$$31. \text{ 解: } M = \{x | x^2 - 4x \geq 0\} = \{x | x \leq 0 \text{ 或 } x \geq 4\},$$

当 $a \leq 0$ 时, $N = \emptyset$, 符合题意;

当 $a > 0$ 时, $N = \{x | 1 - a < x < 1 + a\}$

因为 $M \cap N = \emptyset$, 所以 $\begin{cases} 1 - a \geq 0 \\ 1 + a \leq 4 \end{cases}$ 解得,

综上, 实数 $PA \perp AB$ 的取值范围是.

32. 解：设腰长为 x 米，则下底长为 $(30 - 2x)$ 米，上底为 $(30 - 2x) + 2x \cos 60^\circ = (30 - x)$ 米，高为 $\frac{\sqrt{3}}{2}x$ cm，

$$\text{梯形的面积 } y = \frac{1}{2} [(30 - 2x) + (30 - x)] \frac{\sqrt{3}}{2} x$$

$$= -\frac{3\sqrt{3}}{4} x^2 + 15\sqrt{3} x$$

$$= -\frac{3\sqrt{3}}{4} (x - 10)^2 + 75\sqrt{3}$$

当 $x = 10$ 时, y 有最大值 $75\sqrt{3}$,

当腰长为 10 米时, 其面积最大, 最大面积是 $75\sqrt{3}$ 平方米.

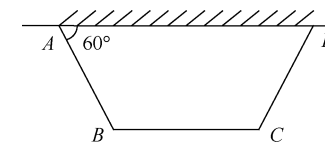
33. 解：(1) 因为 $S_3 = 3a_1 + \frac{3 \times 2}{2} d$, 即 $3 \times 2 + 3d = 12$, 得 $d = 2$,

$$a_n = a_1 + (n-1)d = 2 + 2(n-1) = 2n,$$

$$(2) b_n = 3^{a_n} = 3^{2n} = 9^n,$$

$$b_1 = 9^1 = 9, \quad \frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{9^{n+1}}{9^n} = 9,$$

因此 $\{b_n\}$ 是首项为 9, 公比为 9 的等比数列,



所以 $S_n = \frac{9(1-9^n)}{1-9} = \frac{9^{n+1}-9}{8}$.

34. 解：（1） $f(x) = 5\sin x \cos x - 5\sqrt{3}\cos^2 x + \frac{5\sqrt{3}}{2}$

$$= \frac{5}{2}\sin 2x - 5\sqrt{3} \cdot \frac{(1+\cos 2x)}{2} + \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{5}{2}\sin 2x - \frac{5\sqrt{3}}{2} - \frac{5\sqrt{3}}{2}\cos 2x + \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{5}{2}\sin 2x - \frac{5\sqrt{3}}{2}\cos 2x$$

$$= 5\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$$

（2）最小正周期 $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$,

当 $\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq 2x - \frac{\pi}{3} \leq \frac{3\pi}{2} + 2k\pi, (k \in \mathbb{Z})$, 即 $\frac{5\pi}{12} + k\pi \leq x \leq \frac{11\pi}{12} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ 时函数单调递减, 因此减区间为

$$\left[\frac{5\pi}{12} + k\pi, \frac{11\pi}{12} + k\pi\right], (k \in \mathbb{Z}).$$

35. 解：女生人数3的所有可能取值为0, 1, 2. 并且

$$P(\xi=0) = \frac{C_2^0 \cdot C_5^3}{C_7^3} = \frac{2}{7}; \quad P(\xi=1) = \frac{C_2^1 \cdot C_5^2}{C_7^3} = \frac{4}{7}; \quad P(\xi=2) = \frac{C_2^2 \cdot C_5^1}{C_7^3} = \frac{1}{7}.$$

所选3个人中女生人数的概率分布为：

ξ	0	1	2
P	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{7}$

36. 解：（1）圆 $x^2 + y^2 - 2x = 0$ 变形为 $(x-1)^2 + y^2 = 1$, 圆心 $(1,0)$, 则抛物线的焦点为 $(1,0)$, 所以抛物线的方程是 $y^2 = 4x$,

直线过 $(1,0)$, 倾角为 $\frac{3\pi}{4}$, 所以直线方程是 $y = -(x-1) = -x+1$,

（2）设 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$,

$$\begin{cases} y^2 = 4x \\ y = -x+1 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 6x + 1 = 0,$$

所以 $x_1 + x_2 = 6$, $x_1 \cdot x_2 = 1$,

由弦长公式得, $|AB| = \sqrt{1+(-1)^2} \sqrt{6^2 - 4 \times 1} = 8$.

O 点到直线 AB 的距离 $d = \frac{|-1|}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

所以 $S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$.

37. （1）证明：因为 $PA \perp$ 平面 ABC , 所以 $PA \perp BC$, 因为 $BC \perp AC$, $PA \cap AC = A$, 所以 $BC \perp$ 平面 PAC , 因为 $BC \subseteq$ 平面 PBC , 所以平面 $PBC \perp$ 平面 PAC ;

（2）解：取 AC 的中点 D , 所以 $MD \parallel BC$, 且 $MD = \frac{1}{2}BC$,

因为 $BC \perp$ 平面 PAC , 所以 $MD \perp$ 平面 PAC , $MD \perp PC$, 过 D 作 $DE \perp PC$ 于 E , $PC \perp$ 平面 MDE , 连接 ME ,

所以 $PC \perp ME$, 从而 ME 为点 M 到 PC 的距离,

在 $Rt\triangle PAC$ 中, $PA = AC = 1$, 所以 $PC = \sqrt{2}$,

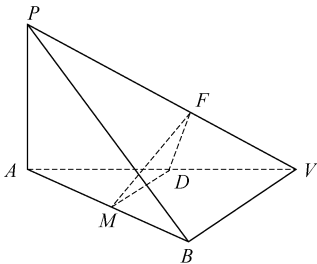
因为 $PC = BC$, 所以 $BC = \sqrt{2}$, $MD = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

$\triangle PAC$ 为等腰直角三角形, $\angle ECD = 45^\circ$, 因为 $DE \perp PC$, 所以

$$DE = DC \cdot \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{4},$$

在 $Rt\triangle MDE$ 中, $ME = \sqrt{MD^2 + DE^2} = \frac{\sqrt{10}}{4}$,

所以 AB 的中点 M 到直线 PC 的距离是 $\frac{\sqrt{10}}{4}$.



普通高校对口招生考试实战模拟试题（十）

一、选择题

1. D 2. B 3. A 4. B 5. D 6. B 7. C 8. C 9. A 10. C
11. B 12. C 13. B 14. D 15. C

二、填空题

16. -2 17. $[1, +\infty)$ 18. 13 19. $(0, 2)$ 20. -11 21. 1500 22. 1 或 2 23. $-\frac{8}{9}$
24. $x - 2y + 5 = 0$ 25. $a < c < b$ 26. $x + 3y - 21 = 0$ 27. $b \subseteq \alpha$ 或 $b \parallel \alpha$ 28. $\frac{\pi}{3}$ 29. 45°
30. $\frac{2}{5}$

三、解答题

31. 解：因为 $A \cap R^+ = \emptyset$, 所以集合 A 分两种情况：

（1） A 为空集, 即方程 $x^2 + (p+2)x + 1 = 0$ 无解,

$$\Delta = (p+2)^2 - 4 = p^2 + 4p < 0, \text{ 解得 } -4 < p < 0;$$

（2） A 非空, 即方程 $x^2 + (p+2)x + 1 = 0$ 有两负根,

$$\begin{cases} \Delta = p^2 + 4p \geq 0 \\ x_1 + x_2 = -(p+2) < 0, \\ x_1 \cdot x_2 = 1 > 0 \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} p \geq 0 \text{ 或 } p \leq -4 \\ p > -2 \end{cases}, \text{ 即 } p \geq 0,$$

综上, 实数 p 的取值范围是 $(-4, +\infty)$.

32. 解：设每间房租金提高 $2x$ 元, 收入为 y 元,

根据题意有 $y = (20 + 2x)(300 - 10x)$

$$= -20x^2 + 400x + 6000$$

$$= -20(x - 10)^2 + 8000$$

当 $x=10$ 时, y 有最大值 8000,

将房间租金提高到 $10+2\times 10=40$ 元时, 每天客房的收入最高, 最高收入是 8000 元.

33. (1) 证明: a_1 、 a_2 、 a_4 成等比数列, 所以 $a_2^2 = a_1 \cdot a_4$,

即 $(a_1 + d)^2 = a_1 \cdot (a_1 + 3d)$, 整理得 $a_1 d = d^2$, 因为 $d \neq 0$, 所以 $a_1 = d$;

(2) 因为 $S_{10}=110$, 所以 $10a_1 + \frac{10 \times 9}{2}d = 110$, 即 $10a_1 + 45d = 110$,

因为 $a_1 = d$, 所以 $a_1 = d = 2$, $a_n = a_1 + (n-1)d = 2 + 2(n-1) = 2n$.

34. 解: 因为 $\vec{a} = (-1, \sin \theta)$, $\vec{b} = (\cos \theta, 2)$, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 所以 $-\cos \theta + 2\sin \theta = 0$,

所以 $\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{1}{2}$, 即 $\tan \theta = \frac{1}{2}$,

$$\begin{aligned} 3\cos^2(\pi + \theta) + 4\sin 2\theta &= 3\cos^2 \theta + 4 \cdot 2\sin \theta \cos \theta \\ &= \frac{3\cos^2 \theta + 4 \cdot 2\sin \theta \cos \theta}{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta} \\ &= \frac{3 + 8\tan \theta}{\tan^2 \theta + 1} = \frac{3 + 8 \times \frac{1}{2}}{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1} \\ &= \frac{28}{5}. \end{aligned}$$

35. 解: 设 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$, 因为点 A 、 B 在双曲线上,

所以有 $\begin{cases} 2x_1^2 - y_1^2 = 2 \\ 2x_2^2 - y_2^2 = 2 \end{cases}$, ①-②得 $y_1^2 - y_2^2 = 2(x_1^2 - x_2^2)$, 即 $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{2(x_1 + x_2)}{y_1 + y_2}$

因为 AB 的中点 M 坐标为 $(2, 1)$, 所以 $x_1 + x_2 = 4$, $y_1 + y_2 = 2$, 又直线的斜率 $k = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$,

所以 $k = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{2 \times 4}{2} = 4$, 所求直线方程为 $y - 1 = 4(x - 2)$, 即 $4x - y - 7 = 0$.

36. (1) 证明: 因为 $SA \perp$ 平面 ABC ,

所以 $\angle SBA$ 是 SB 与平面 ABC 所成角, 即 $\angle SBA = 45^\circ$,

从而 $\triangle SBA$ 是等腰直角三角形, 因为 $AB = 1$, 所以 $SB = \sqrt{2}$,

因为 $SA \perp$ 平面 ABC , 所以 $SA \perp BC$,

又 $AB \perp BC$, $SA \cap AB = A$,

所以 $BC \perp$ 平面 SAB , 进而 $BC \perp SB$,

因为在 $\triangle SBC$ 中, $SB = BC = \sqrt{2}$, DE 垂直平分 SC

所以 $BE \perp BC$, 又 $DE \cap BE = E$, 所以 $SC \perp$ 平面 EDB .

(2) 解: 因为 $SC \perp$ 平面 EDB , 所以 $SC \perp BD$,

因为 $SA \perp$ 平面 ABC , 所以 $SA \perp BD$,

从而 $BD \perp$ 平面 SAC , 所以 $BD \perp DE$, $BD \perp DC$,

即 $\angle EDC$ 是二面角 $E-BD-C$ 的平面角,

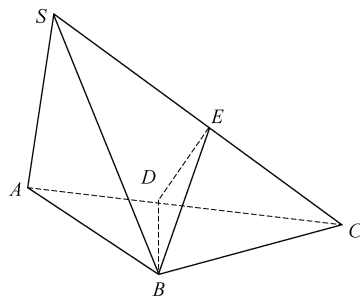
等腰直角 $\triangle SBC$ 中, $SC = \sqrt{2}BC = 2$,

在 $\text{Rt}\triangle SAC$ 中, $SA = 1$, $SC = 2$, 所以 $\angle SCA = 30^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle SAC$ 中, $\angle EDC = 90^\circ - \angle ECD = 90^\circ - \angle SCA = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

所以二面角 $E-BD-C$ 的大小是 60° .

37. 解: (1) 任取 3 张, 若取得奇数的个数为 ξ , 则 ξ 的所有可能取值为 1、2、3.



$$P(\xi=1) = \frac{C_3^1 C_2^2}{C_5^3} = \frac{3}{10}, \quad P(\xi=2) = \frac{C_3^2 C_2^1}{C_5^3} = \frac{3}{5}, \quad P(\xi=3) = \frac{C_3^3 C_2^0}{C_5^3} = \frac{1}{10}$$

随机变量为 ξ 的概率分布为

ξ	1	2	3
P	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$

普通高校对口招生考试实战模拟试题 (十一)

一、选择题

1. C 2. C 3. A 4. A 5. A 6. B 7. C 8. A 9. B 10. B
11. B 12. C 13. D 14. A 15. D

二、填空题

16. -2 17. $(1, 3) \cup (3, 5)$ 18. $\frac{5}{2}$ 19. $(0, 3]$ 20. 0 21. 32 22. -2
23. $[-2, 2]$ 24. $y = 2$ 25. $b > c > a$ 26. $\left(-2, \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, 3\right)$ 27. 相交或异面
28. 10 29. 90° 30. $\frac{3}{10}$

三、解答题

31. 解: $M = \{x | x^2 + x - 6 = 0\} = \{-3, 2\}$

因为 $M \cap N = N$, 所以 $N \subseteq M$,

当 $a = 0$ 时, $N = \emptyset$, 符合 $N \subseteq M$,

当 $a \neq 0$ 时, $N = \{x | ax - 1 = 0\} = \left\{x | x = \frac{1}{a}\right\}$,

当 $\frac{1}{a} = -3$ 时, $a = -\frac{1}{3}$, 此时 $N \subseteq M$,

当 $\frac{1}{a} = 2$ 时, $a = \frac{1}{2}$, 此时 $N \subseteq M$,

综上, 实数 a 的值是 $0, -\frac{1}{3}, \frac{1}{2}$.

32. 解: (1) 花圃的宽为 x 米, 则长为 $(24 - 4x)$ 米, 面积为 S 平方米.

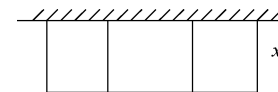
则有 $S = x(24 - 4x) = -4x^2 + 24x$, $x \in (0, 6)$,

(2) $S = -4x^2 + 24x = -4(x - 3)^2 + 36$

当 $x = 3$ 时, S 有最大值, 最大值是 36,

当宽 x 取 3 米时, 所围成的花圃面积最大, 最大面积是 36 平方米.

33. 解: 因为 $\log_2 a_1 + \log_2 a_2 + \cdots + \log_2 a_{10} = 25$, 所以 $\log_2 (a_1 a_2 \cdots a_n) = 25$



从而 $a_1 a_2 \cdots a_{10} = 2^{25}$ ，即 $a_1 \cdot a_1 q \cdots a_1 q^9 = a_1^{10} \cdot q^{1+2+\cdots+9} = a_1^{10} \cdot q^{45}$ ，
 $\{a_n\}$ 是公比为 2 的等比数列，所以 $a_1^{10} \cdot 2^{45} = 2^{25}$ ，得 $a_1 = \frac{1}{4}$ ，

$$\text{所以 } S_{10} = \frac{\frac{1}{4} \times (1 - 2^{10})}{1 - 2} = 255 \frac{3}{4}.$$

$$\begin{aligned} 34. \text{ 解: } f(x) &= \sin x + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \\ &= \sin x + \cos x \\ &= \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right), \end{aligned}$$

(1) $f(x)$ 的最小正周期 $T = 2\pi$ ；

(2) $x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$ ，即 $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$ 时， $f(x)$ 的最大值是 $\sqrt{2}$ 。

35. 解：(1) 因为椭圆为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ ，所以焦点在 x 轴上，

又过点 $(0, 4)$ ，所以 $b = 4$ ，

$$e = \frac{c}{a} = \frac{3}{5}, \text{ 而 } a^2 + b^2 = c^2, \text{ 所以解得 } a = 5,$$

椭圆 C 的方程是 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ ；

(2) 过点 $(3, 0)$ 且斜率为 $\frac{4}{5}$ 的直线方程为 $y = \frac{4}{5}(x - 3)$ ，

设直线与椭圆交于 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ ， AB 中点坐标 (x_0, y_0) ，

将直线方程代入 C 的方程得 $\frac{x^2}{25} + \frac{(x-3)^2}{25} = 1$ ，即 $x^2 - 3x - 8 = 0$ ，

$$\text{所以 } x_1 + x_2 = 3, \text{ 从而 } x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{3}{2}, \quad y_0 = \frac{4}{5}(x_0 - 3) = -\frac{6}{5},$$

线段 AB 的中点坐标是 $\left(\frac{3}{2}, -\frac{6}{5}\right)$ 。

36. (1) 证明：因为 PA, PB, PC 两两互相垂直， $PC \perp PA$ ， $PC \perp PB$ ，
 所以 $PC \perp$ 平面 PAB ， $PC \subseteq$ 平面 PDC ，所以平面 $PDC \perp$ 平面 PAB ；

(2) 解：因为 $PC \perp$ 平面 PAB ，所以 $PC \perp PD$ ，
 即 $\triangle PDC$ 是直角三角形， $S_{\triangle PDC} = \frac{1}{2} PD \cdot PC = \frac{5}{2} PD$ ，

所以当 PD 最短时， $\triangle PDC$ 的面积最小，又当 $PD \perp AB$ 时， PD 最短，
 在 $Rt\triangle PAB$ 中， $PA \cdot PB = AB \cdot PD$ ，得 $PD = \frac{12}{5}$ ，

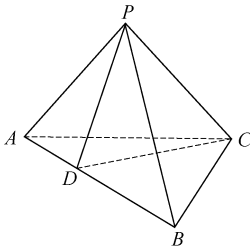
$\triangle PDC$ 的面积最小的值是 $\frac{5}{2} \times \frac{12}{5} = 6$ 。

37. 解：(1) 设 $A = \{\text{从中任取一件为二等品}\}$ ，则 $P(A) = \frac{1}{3}$ 。

(2) 随机变量 ξ 的所有可能取值为 0, 1, 2, 3，且

$$P(\xi = 0) = C_3^0 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^0 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^0 = \frac{8}{27}, \quad P(\xi = 1) = C_3^1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$P(\xi = 2) = C_3^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^1 = \frac{2}{9}, \quad P(\xi = 3) = C_3^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^0 = \frac{1}{27}$$



所以 ξ 的概率分布为：

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{8}{27}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{27}$

普通高校对口招生考试实战模拟试题（十二）

一、选择题

1. A 2. C 3. B 4. D 5. A 6. B 7. D 8. C 9. A 10. C
 11. A 12. B 13. B 14. C 15. D

二、填空题

16. $\frac{2}{5}x^2 + 3$

17. 27

18. (0, 1)

19. 150°

20. 64 或 1 21. $2y + 3x + 1 = 0$ 22. $\frac{y^2}{36} - \frac{x^2}{45} = 1$ 23. $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$

24. $a \in \mathbb{R}$ 且 $a \neq \pm 1, a \neq -2$ 25. $\frac{1}{8}$ 26. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ 27. $\frac{5}{9}$ 28. $\frac{1}{5}$

29. {1} 30. 9

三、解答题

31. 解：假设 $A \cap B \neq \emptyset$ ，则方程组

$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = ax^2 - ax + a \end{cases} \text{ 有正整数解，消去 } y, \text{ 得 } ax^2 - (a+2)x + a + 1 = 0.$$

由 $\Delta \geq 0$ ，有 $(a+2)^2 - 4a(a+1) \geq 0$ ，解得 $-\frac{2\sqrt{3}}{3} \leq a \leq \frac{2\sqrt{3}}{3}$ 。因 a 为非零整数， $\therefore a = \pm 1$ ，

当 $a = -1$ 时，代入 (*)，解得 $x = 0$ 或 $x = -1$ ，

而 $x \in \mathbb{N}^*$ 。故 $a \neq -1$ 。当 $a = 1$ 时，代入 (*)，

解得 $x = 1$ 或 $x = 2$ ，符合题意。故存在 $a = 1$ ，使得 $A \cap B \neq \emptyset$ ，

此时 $A \cap B = \{(1, 1), (2, 3)\}$ 。

32. 解：方程的两个根为 $-\frac{a}{4}, \frac{a}{8}$

当 $a > 0$ 时， $-\frac{a}{4} < \frac{a}{8}$ ，此时的解为 $(-\frac{a}{4}, \frac{a}{8})$

当 $a < 0$ 时， $-\frac{a}{4} > \frac{a}{8}$ ，此时的解为 $(\frac{a}{8}, -\frac{a}{4})$

当 $a=0$ 时, 不等式的解集为空集.

33. 解: 由已知 $S_{n+1}=2S_n+n+5$, $\therefore n \geq 2$ 时, $S_n=2S_{n-1}+n+4$, 两式相减, 得:

$$S_{n+1}-S_n=2(S_n-S_{n-1})+1, \text{ 即 } a_{n+1}=2a_n+1$$

$$\text{从而 } a_{n+1}+1=2(a_n+1)$$

$$\text{当 } n=1 \text{ 时, } S_2=2S_1+1+5, \therefore a_1+a_2=2a_1+6,$$

$$\text{又 } a_1=5, \therefore a_2=11$$

$$\therefore \frac{a_{n+1}+1}{a_n+1}=2, \text{ 即 } \{a_n+1\} \text{ 是以 } a_1+1=6 \text{ 为首项, } 2 \text{ 为公比的等比数列.}$$

34. 解: (I) 因为 $f(x)=\sin(\pi-\alpha x)\cos\alpha x+\cos^2\alpha x$,

$$\text{所以 } f(x)=\sin\alpha x\cos\alpha x+\frac{1+\cos 2\alpha x}{2}$$

$$=\frac{1}{2}\sin 2\alpha x+\frac{1}{2}\cos\alpha x+\frac{1}{2}$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(2\alpha x+\frac{\pi}{4})+\frac{1}{2}$$

$$\text{由于 } \omega > 0, \text{ 依题意得 } \frac{2\pi}{2\omega}=\pi$$

$$\text{所以 } \omega=1$$

$$\text{(II) 由 (I) 知 } f(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})+\frac{1}{2},$$

$$\text{所以 } g(x)=f(2x)=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(4x+\frac{\pi}{4})+\frac{1}{2}.$$

$$\text{当 } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{6} \text{ 时, } \frac{\pi}{4} \leq 4x+\frac{\pi}{4} \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\text{所以 } \frac{\sqrt{2}}{2} \leq \sin(4x+\frac{\pi}{4}) \leq 1$$

$$\text{因此 } 1 \leq g(x) \leq \frac{1+\sqrt{2}}{2},$$

$$\text{故 } g(x) \text{ 在区间 } \left[0, \frac{\pi}{16}\right] \text{ 内的最小值为 } 1.$$

35. (1) 证明:

$$\left. \begin{array}{l} \text{平面 } VAD \perp \text{平面 } ABCD \\ AB \perp AD \\ AB \subset \text{平面 } ABCD \end{array} \right\} \Rightarrow AB \perp \text{平面 } VAD$$

$$AD = \text{平面 } VAD \cap \text{平面 } ABCD$$

(2) 解: 取 VD 的中点 E , 连结 AE 、 BE .

$$\because \triangle VAD \text{ 是正三角形, } \therefore AE \perp VD, AE = \frac{\sqrt{3}}{2} AD.$$

$$\because AB \perp \text{平面 } VAD, \therefore AB \perp AE.$$

$$\text{又由三垂线定理知 } BE \perp VD.$$

$$\text{于是 } \tan \angle AEB = \frac{AB}{AE} = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\text{即得所求二面角的大小为 } \arctan \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

36. 解: (I) 设 $C(x, y)$,

$$\because |AC|+|BC|+|AB|=2+2\sqrt{2}, |AB|=2,$$

$$\therefore |AC|+|BC|=2\sqrt{2} > 2,$$

\therefore 由定义知, 动点 C 的轨迹是以 A 、 B 为焦点, 长轴长为 $2\sqrt{2}$ 的椭圆除去与 x 轴的两个交点.

$$\therefore a=\sqrt{2}, c=1. \therefore b^2=a^2-c^2=1.$$

$$\therefore W: \frac{x^2}{2}+y^2=1 (y \neq 0). \dots$$

$$(2) \text{ 设直线 } l \text{ 的方程为 } y=kx+\sqrt{2}, \text{ 代入椭圆方程, 得 } \frac{x^2}{2}+(kx+\sqrt{2})^2=1.$$

$$\text{整理, 得 } (\frac{1}{2}+k^2)x^2+2\sqrt{2}kx+1=0. \quad \text{①}$$

因为直线 l 与椭圆有两个不同的交点 P 和 Q 等价于

$$\Delta=8k-4(\frac{1}{2}+k^2)=4k^2-2>0, \text{ 解得 } k<-\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 或 } k>\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\therefore \text{ 满足条件的 } k \text{ 的取值范围为 } k \in (-\infty, -\frac{\sqrt{2}}{2}) \cup (\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty)$$

37. 解: 因为 $(x\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt[3]{x}})^n$ 的二项式系数之和为 128, 所以 $2^n=128, n=7$

$$T_{m+1}=C_7^m(x^{\frac{3}{2}})^{7-m}(-x^{-\frac{1}{3}})^m=C_7^m(-1)^m x^{\frac{3(7-m)}{2}-\frac{m}{3}}$$

$$\text{令 } \frac{3(7-m)}{2}-\frac{m}{3}=5, \text{ 得 } m=3$$

$$\text{所以含 } x^5 \text{ 的项为 } -35x^5$$

普通高校对口招生考试实战模拟试题 (十三)

一、选择题

1. C 2. C 3. B 4. C 5. B 6. D 7. B 8. C 9. D 10. B
11. C 12. C 13. C 14. C 15. A

二、填空题

16. $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$ 17. $(\frac{1}{2}, 1)$ 18. $\sqrt{2}$ 21. 1385 22. $\frac{24}{7}$
23. $\frac{7}{2}$ 24. 5 0 25. -1 26. $\frac{4}{5}$ 27. 540 28. 30°

三、解答题

$$29. \text{ 解: } x^2-8>-2x \Leftrightarrow x^2+2x-8>0 \Leftrightarrow x<-4 \text{ 或 } x>2$$

$$\therefore \text{ 不等式的解集为 } (-\infty, -4) \cup (2, +\infty)$$

$$30. \text{ 解: 已知 } \cos(\alpha+\beta)=\frac{1}{3}, \cos(\alpha-\beta)=\frac{1}{5} \text{ 展开得}$$

$$\begin{cases} \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{3} \\ \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{5} \end{cases}$$

上式两边相加和相减得 $\begin{cases} \cos \alpha \cos \beta = \frac{4}{15} \\ \sin \alpha \sin \beta = -\frac{1}{15} \end{cases}$

所以 $\tan \alpha \tan \beta = \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta} = -\frac{1}{4}$

31. 解：根据题意 $\overline{OA} = (2, -1)$ 可得出 $A = (2, -1)$
 $\because \overline{AB} = (6, n) \quad \therefore B = (8, n-1)$
 又 $\because \overline{OB} = (2m, m) \quad \therefore B$ 的坐标又为 $(2m, m)$
 $\therefore 2m = 8 \Rightarrow m = 4$
 $n - 1 = m \Rightarrow n = 5$
 $\Rightarrow B = (8, 4)$
 $\therefore \overline{OA} \cdot \overline{OB} = 2 \times 8 + 4 \times (-1) = 12$

32. 解：设每件羽绒服应降价 x 元，
 依题意得： $(40-x)(20+2x) = 1200$ ，
 整理得： $x^2 - 30x + 200 = 0$ ，
 解得： $x_1 = 10$ ； $x_2 = 20$ ；
 为了使顾客多得实惠，所以要尽量多降价，故 x 取 20 元。
 答：每件羽绒服应降价 20 元。

33. 解：（1）设甲、乙、丙中奖的事件分别为 A 、 B 、 C ，那么
 $P(A) = P(B) = P(C) = 1/6$ ，
 $P(A \cdot B^- \cdot C^-) = P(A) P(B^-) P(C^-) = 1/6 \cdot (5/6)^2 = 25/216$ ，
 答：甲中奖且乙、丙都没有中奖的概率为 $25/216$ 。
 （2）

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{125}{216}$	$\frac{25}{72}$	$\frac{5}{72}$	$\frac{1}{216}$

34. 解：（1）设椭圆的半焦距为 c ，
 由题意知 $\frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ， $2a + 2c = 4(\sqrt{2} + 1)$
 所以 $a = 2\sqrt{2}$ ， $c = 2$
 又 $a^2 = b^2 + c^2$ ，因此 $b = 2$ 。
 故椭圆的标准方程为 $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$
 由题意设等轴双曲线的标准方程为 $\frac{x^2}{m^2} - \frac{y^2}{m^2} = 1 (m > 0)$ ，
 因为等轴双曲线的顶点是椭圆的焦点，
 所以 $m = 2$
 因此双曲线的标准方程为 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1$

（2）设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), P(x_0, y_0)$

$$\text{则 } k_1 = \frac{y_0}{x_0 + 2}, k_2 = \frac{y_0}{x_0 - 2}$$

因为点 P 在双曲线 $x^2 - y^2 = 4$ 上，
 所以 $x_0^2 - y_0^2 = 4$ 。

$$\text{因此 } k_1 k_2 = \frac{y_0}{x_0 + 2} \cdot \frac{y_0}{x_0 - 2} = \frac{y_0^2}{x_0^2 - 4} = 1$$

即 $k_1 k_2 = 1$ 。

35. 解：（1）证明：提示，连结 AC 交 BD 于点 O ，连结 EO 。

（2）解：作 $EF \perp DC$ 交 DC 于 F ，连结 BF 。

设正方形 $ABCD$ 的边长为 a 。 $\because PD \perp$ 底面 $ABCD$ ， $\therefore PD \perp DC$ 。

$\therefore EF \parallel PD$ ， F 为 DC 的中点。 $\therefore EF \perp$ 底面 $ABCD$ ，

BF 为 BE 在底面 $ABCD$ 内的射影，

$\angle EBF$ 为直线 EB 与底面 $ABCD$ 所成的角。

$$\text{在 Rt}\triangle BCF \text{ 中， } BF = \sqrt{BC^2 + CF^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}a$$

$$\because EF = \frac{1}{2}PD = \frac{a}{2}, \therefore \text{在 Rt}\triangle EFB \text{ 中，}$$

$$\tan \angle EBF = \frac{EF}{BF} = \frac{\sqrt{5}}{5}. \text{ 所以 } EB \text{ 与底面 } ABCD \text{ 所成的角的正切值为 } \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

普通高校对口招生考试实战模拟试题（十四）

一、选择题

1. A 2. D 3. A 4. D 5. C 6. B 7. A 8. C 9. B 10. A
 11. B 12. C 13. D 14. C 15. A

二、填空题

16. $\frac{19\sqrt{5}}{10}$ 17. $\frac{363}{13}$ 18. $x-3y-10=0$ 或 $3x+y=0$ 19. -13 20. 4 21. $\sqrt{2}$ 22. 4
 23. $\sqrt{3}$ 24. $\frac{3}{22}$ 25. (4,3) 26. $[0,2) \cup (4,6]$ 27. 100 28. 18 29. $\frac{\sqrt{6}}{6}$
 30. -252
 31. 解：由题意可得
 $\lg a + \lg b = 2 \quad \lg a \lg b = \frac{1}{2}$
 $(\lg \frac{a}{b})^2 = (\lg a - \lg b)^2 = (\lg a + \lg b)^2 - 4 \lg a \lg b = 2$
 $\therefore (\lg \frac{a}{b})^2 = 2$

32. 解： $\sin 80^{\circ}-\sqrt{3} \cos 80^{\circ}-2 \sin 20^{\circ}$
 $=2\left(\frac{1}{2} \sin 80^{\circ}-\frac{\sqrt{3}}{2} \cos 80^{\circ}\right)-2 \sin 20^{\circ}$
 $=2\left(\sin 80^{\circ} \cos 60^{\circ}-\cos 80^{\circ} \sin 60^{\circ}\right)-2 \sin 20^{\circ}$
 $=2 \sin 20^{\circ}-2 \sin 20^{\circ}=0$

33. 解：设销售额为 y 元，则每本书的售价为 $10(1+x\%)$ 元，销售量为 $10000(1-0.5x\%)$

进而销售额为
 $y=10(1+x\%) \times 10000(1-0.5x\%)$
 $=10(100+x)(100-0.5x)=5(100+x)(200-x)$
 $=-5\left(x^2-100 x-20000\right)=-5(x-50)^2+1125000$

答：当 x 为时，销售额最大，此时最大销售额为 1125000 元，每本书售价为 15 元.

34. （1） $s_{n-1}=-2(n-1)^2-(n-1)=-2n^2+3n-1$

由于 $s_n=s_{n-1}+a_n$ ， $n \in N^*$ 且 $n>1$ ， 因此

$a_n=s_n-s_{n-1}=-2n^2-n-(-2n^2+3n-1)$

又 $a_1=S_1=-3$ ， 因此这个数列的通项公式是 $a_n=-4n+1$

（2） $a_{n-1}=-4(n-1)+1=-4n+5$

$a_n-a_{n-1}=-4n+1-(5-4n)=-4$

因此 $a_1, a_2, \dots a_n$ 是一个公差 $d=-4$ 的等差数列

（3） $a_1+a_3+a_5+\dots+a_{25}=13a_1+156d$

$a_n=-4+1$ ， $a_1=-3$

$\therefore a_1+a_3+\dots+a_{25}=13 \times(-3)+156 \times(-4)=-663$

35. 解：要使函数 $y=\log _a\left[x^2+(m-1) x+\frac{m}{4}\right]$ 有意义，需满足 $x^2+(m-1) x+\frac{m}{4}>0$ ，要使定义域为 R 需 $\Delta<0$

$\therefore(m-1)^2-4 \times \frac{m}{4}<0$

$\therefore \frac{3-\sqrt{5}}{2}<m<\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

36. 证明：证明：

（1）证明： $\because A E \perp$ 平面 $A A_1 D D_1, A_1 D \perp A D_1, \therefore A_1 D \perp D_1 E$.

（2）设点 E 到面 ACD_1 的距离为 h ，在 $\triangle ACD_1$ 中， $AC=CD_1=\sqrt{5}, A D_1=\sqrt{2}, S_{\triangle A D_1 C}=\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{5-\frac{1}{2}}$

$=\frac{3}{2}$ ，而 $S_{\triangle A D C}=\frac{1}{2} \cdot A E \cdot B C=\frac{1}{2}$.

$\therefore V_{D_1-A B C}=\frac{1}{3} S_{\triangle A B C} \cdot D D_1=\frac{1}{3} S_{\triangle A D_1 C} \cdot h$

$\therefore \frac{1}{2} \times 1=\frac{3}{2} \times h, \therefore h=\frac{1}{3}$

37. 解：耗用子弹 ξ 的取值为 1，2，3，4，5

$P(\xi=1)=0.9 \quad P(\xi=2)=0.09 \quad P(\xi=3)=0.009 \quad P(\xi=4)=0.0009 \quad P(\xi=5)=0.00009$

$\therefore \xi$ 的概率分布为：

ξ	1	2	3	4	5
P	0.9	0.09	0.009	0.0009	0.00009

普通高校对口招生考试实战模拟试题（十五）

一、选择题

1. B 2. C 3. B 4. D 5. A 6. B 7. A 8. A 9. D 10. C
11. A 12. B 13. A 14. C 15. C

二、填空题

16. -6 17. 4 18. $\left[1,+\infty\right)$ 19. π 20. 1500 21. $\frac{11}{10}$ 22. $(y+2)^2=4(x-2)$

23. $\frac{1}{2}(\sqrt{3}-1)$ 24. $\frac{y^2}{8}-\frac{x^2}{18}=1$ 25. $\frac{1}{4}$ 26. 60° 27. 540 28. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1(y \neq 0)$

29. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 30. $\frac{37}{60}$

31. 解： $P=\{x|2<x<3\}$ ， $Q=\{x|x<a\}$

（1）若 $P \cap Q=\Phi$ ，则 $a \leqslant 2$

（2）若 $P \subseteq Q$ ，则 $a \geqslant 3$

32. 解：设收费标准为 x 元，公司利润为 y 元.

依据题意得： $y=x\left(35+\frac{90-x}{2}\right)-1500=-\frac{1}{2}(x-80)^2+1700$

且 $\begin{cases} x \leqslant 90 \\ 35+\frac{90-x}{2} \leqslant 60 \end{cases}$

解得 x 的取值范围为 $40 \leqslant x \leqslant 90$ ，当 $x=80$ 时， y 取得最大值 1700

答：收费标准定为 80 元时，公司获得利润最大，最大利润为 1700 元.

33. 解：（1）由正弦定理，设 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=k$,

则 $\frac{2 c-a}{b}=\frac{2 k \sin C-k \sin A}{k \sin B}=\frac{2 \sin C-\sin A}{\sin B}$,

所以 $\frac{\cos A-2 \cos C}{\cos B}=\frac{2 \sin C-\sin A}{\sin B}$.

即 $(\cos A-2 \cos C) \sin B=(2 \sin C-\sin A) \cos B$,

化简可得 $\sin (A+B)=2 \sin (B+C)$.

又 $A+B+C=\pi$,

所以 $\sin C=2 \sin A$

因此 $\frac{\sin C}{\sin A}=2$.

（2）由 $\frac{\sin C}{\sin A}=2$ 得

$c=2 a$.

由余弦定得及 $\cos B = \frac{1}{4}$ 得

$$\begin{aligned} b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cos B \\ &= a^2 + 4a^2 - 4a^2 \times \frac{1}{4} \\ &= 4a^2. \end{aligned}$$

所以 $b = 2a$.

又 $a + b + c = 5$,

从而 $a = 1$,

因此 $b = 2$.

34. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的首项为 a_1 , 公差为 d ,

由于 $a_3 = 7$, $a_5 + a_7 = 26$,

所以 $a_1 + 2d = 7$, $2a_1 + 10d = 26$,

解得 $a_1 = 3$, $d = 2$.

由于 $a_n = a_1 + (n-1)d$, $S_n = \frac{1}{2}n(a_1 + a_n)$,

所以 $a_n = 2n + 1$, $S_n = n^2 + 2n$,

(II) 因为 $a_n = 2n - 1$,

所以 $a_n^2 - 1 = 4n(n+1)$,

$$\begin{aligned} \text{因此 } T_n &= b_1 + b_2 + \dots + b_n \\ &= \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) \\ &= \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{n+1} \right) \\ &= \frac{n}{4(n+1)} \end{aligned}$$

所以数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 $T_n = \frac{n}{4(n+1)}$.

35. 解: 因为椭圆过点 $(1, \frac{\sqrt{2}}{2})$, $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

$$\text{所以 } \frac{1}{a^2} + \frac{1}{2b^2} = 1, \quad \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{又 } a^2 = b^2 + c^2,$$

$$\text{所以 } a = \sqrt{2}, \quad b = 1, \quad c = 1$$

$$\text{故 所求椭圆方程为 } \frac{x^2}{2} + y^2 = 1.$$

(II) (1) 证明:

方法一: 由 $F_1(1,0)$, $F_2(-1,0)$, PF_1PF_2 的斜率分别为 k_1, k_2 , 且点 P 不在 x 轴上.

所以 $k_1 \neq k_2$, $k_1 \neq 0$, $k_2 \neq 0$,

有直线 PF_1 , PF_2 的方程分别为 $y = k_1(x+1)$, $y = k_2(x-1)$,

联立方程解得

$$\begin{cases} x = \frac{k_1 + k_2}{k_2 - k_1} \\ y = \frac{2k_1k_2}{k_2 - k_1} \end{cases}$$

$$\text{所以 } P\left(\frac{k_1 + k_2}{k_2 - k_1}, \frac{2k_1k_2}{k_2 - k_1}\right)$$

由于点 P 在直线 $x + y = 2$ 上

$$\text{所以 } \frac{k_1 + k_2 + 2k_1k_2}{k_2 - k_1} = 2$$

$$\text{因此 } 2k_1k_2 + 3k_2 - 2k_1 = 0,$$

$$\text{即 } \frac{1}{k_1} - \frac{3}{k_2} = 2, \quad \text{结论成立}$$

36. 解: (1) 直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$, 底面三边长 $AC=3$, $BC=4$, $AB=5$.

$\therefore AC \perp BC$, 且 BC_1 在平面 ABC 内的射影为 BC , $\therefore AC \perp BC_1$;

(2) 设 CB_1 与 C_1B 的交点为 E , 连结 DE , $\because D$ 是 AB 的中点, E 是 BC_1 的中点, $\therefore DE \parallel AC_1$

$\therefore DE \subset \text{平面 } CDB_1$, $AC_1 \not\subset \text{平面 } CDB_1$, $\therefore AC_1 \parallel \text{平面 } CDB_1$;

(3) $\because DE \parallel AC_1$, $\therefore \angle CED$ 为 AC_1 与 B_1C 所成的角, 在 $\triangle CED$ 中, $ED = \frac{1}{2}AC_1 = \frac{5}{2}$, $CD = \frac{1}{2}AB = \frac{5}{2}$, CE

$$= \frac{1}{2}CB_1 = 2\sqrt{2}, \quad \therefore \cos \angle CED = \frac{8}{2 \times 2\sqrt{2} \times \frac{5}{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{5}$$

\therefore 异面直线 AC_1 与 B_1C 所成角的余弦值为 $\frac{2\sqrt{2}}{5}$.

$$37. (1) \frac{48}{125} \quad (2) \frac{61}{125}$$